



# Fusion de données capteurs visuels et inertiels pour l'estimation de la pose d'un corps rigide

Ali Seba

## ► To cite this version:

Ali Seba. Fusion de données capteurs visuels et inertiels pour l'estimation de la pose d'un corps rigide. Automatique / Robotique. Université de Versailles-Saint Quentin en Yvelines, 2015. Français. NNT : 2015VERS020V . tel-01214389

**HAL Id: tel-01214389**

**<https://theses.hal.science/tel-01214389>**

Submitted on 12 Oct 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



---

UNIVERSITE DE VERSAILLES SAINT-QUENTIN-EN-YVELINES  
SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE VERSAILLES ED STV – ED 539

## THÈSE

présentée pour obtenir le titre de DOCTEUR en  
GENIE INFORMATIQUE, AUTOMATIQUE ET TRAITEMENT DU SIGNAL

# FUSION DE DONNÉES CAPTEURS VISUELS ET INERTIELS POUR L'ESTIMATION DE LA POSE D'UN CORPS RIGIDE

SEBA Ali

**Soutenue publiquement le 16/06/2015 devant un jury composé de :**

<i>Président</i>	Samia BOUCHAFA	Professeur, IBISC, UEC
<i>Rapporteurs</i>	Isabelle FANTONI	Directrice de Recherche, HEUDIASYC, UTC
	Rochdi MERZOUKI	Professeur, CRISTAL, Polytech'Lille, Université Lille 1
<i>Examineurs</i>	Catherine ACHARD	Maitre de Conférences, ISIR, UPMC
	Samir BOUAZIZ	Professeur, ACCIS, UPS
<i>Directeur de thèse</i>	Abdelaziz BENALLEGUE	Professeur, LISV, UVSQ
<i>Encadrant de thèse</i>	Abdelhafid EL-HADRI	Maitre de Conférences, LISV, UVSQ





*Thèse réalisée au* Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes de Versailles  
Site de Vélizy Centre universitaire de Technologie 1  
10/12 Avenue de l'Europe 78140  
Velizy

Tél : 01 39 25 47 55

Fax : 01 39 25 49 85

Web : <http://www.lisv.uvsq.fr/>

*Sous la direction de* Abdelaziz BENALLEGUE    [aziz.benallegue@lisv.uvsq.fr](mailto:aziz.benallegue@lisv.uvsq.fr)

*Co-encadrement* AbdelHafid EL HADRI    [abdelhafid.elhadri@lisv.uvsq.fr](mailto:abdelhafid.elhadri@lisv.uvsq.fr)





# Résumé

Cette thèse traite la problématique d'estimation de la pose (position relative et orientation) d'un corps rigide en mouvement dans l'espace 3D par fusion de données issues de capteurs inertiels et visuels. Les mesures inertielles sont fournies à partir d'une centrale inertielle composée de gyromètres 3 axes et d'accéléromètres 3 axes. Les données visuelles sont issues d'une caméra. Celle-ci est positionnée sur le corps rigide en mouvement, elle fournit des images représentatives du champ visuel perçu. Ainsi, les mesures implicites des directions des lignes, supposées fixes dans l'espace de la scène, projetées sur le plan de l'image seront utilisées dans l'algorithme d'estimation de l'attitude. La démarche consistait d'abord à traiter le problème de la mesure issue du capteur visuel sur une longue séquence en utilisant les caractéristiques de l'image. Ainsi, un algorithme de suivi de lignes a été proposé en se basant sur les techniques de calcul du flux optique des points extraits des lignes à suivre et utilisant une approche de mise en correspondance par minimisation de la distance euclidienne. Par la suite, un observateur conçu dans l'espace des matrices orthogonales, dénoté par  $SO(3)$  a été proposé afin d'estimer l'orientation relative du corps rigide dans la scène 3D en fusionnant les données issues de l'algorithme de suivi de lignes avec les données des gyromètres. Le gain de l'observateur a été élaboré en utilisant un filtre de Kalman de type M.E.K.F. (Multiplicative Extended Kalman Filter). Le problème de l'ambiguïté du signe dû à la mesure implicite des directions des lignes a été considéré dans la conception de cet observateur. Enfin, l'estimation de la position relative et de la vitesse absolue du corps rigide dans la scène 3D a été traitée. Deux observateurs ont été proposés : le premier est un observateur en cascade avec découplage entre l'estimation de l'attitude et l'estimation de la position. L'estimation issue de l'observateur d'attitude alimente un observateur non linéaire utilisant des mesures issues des accéléromètres afin de fournir une estimation de la position relative et de la vitesse absolue du corps rigide. Le deuxième observateur, conçu quant à lui directement dans l'espace euclidien, dénoté par  $SE(3)$ , utilise un filtre de Kalman de type M.E.K.F afin d'estimer la pose par fusion de données inertielles (accéléromètres, gyromètres) et des données visuelles. Les performances des méthodes proposées sont illustrées et validées par différents résultats de simulation.

**Mots clés** : Suivi de lignes, Estimation de la pose, Fusion multi-capteurs, Observateurs dans  $SO(3)$  et  $SE(3)$ , Filtre de Kalman M.E.K.F.



# Abstract

This thesis addresses the problems of pose estimation of a rigid body moving in 3D space by fusing data from inertial and visual sensors. The inertial measurements are provided from an I.M.U. (Inertial Measurement Unit) composed by accelerometers and gyroscopes. Visual data are from cameras, which positioned on the moving object, provide images representative of the perceived visual field. Thus, the implicit measure directions of fixed lines in the space of the scene from their projections on the plane of the image will be used in the attitude estimation. The approach was first to address the problem of measuring visual sensors after a long sequence using the characteristics of the image. Thus, a line tracking algorithm has been proposed based on optical flow of the extracted points and line matching approach by minimizing the Euclidean distance. Thereafter, an observer in the special orthogonal group  $SO(3)$  space has been proposed to estimate the relative orientation of the object in the 3D scene by merging the data from the proposed lines tracking algorithm with Gyro data. The observer gain was developed using a Kalman filter type M.E.K.F. (Multiplicative Extended Kalman Filter). The problem of ambiguity in the sign of the measurement directions of the lines was considered in the design of the observer. Finally, the estimation of the relative position and the absolute velocity of the rigid body in the 3D scene has been processed. Two observers were proposed: the first one is an observer cascaded with decoupled from the estimation of the attitude and position estimation. The estimation result of the attitude observer feeds a nonlinear observer using measurements from the accelerometers in order to provide an estimate of the relative position and the absolute velocity of the rigid body. The second observer, designed directly in  $SE(3)$  for simultaneously estimating the position and orientation of a rigid body in 3D scene by fusing inertial data (accelerometers, gyroscopes), and visual data using a Kalman filter (M.E.K.F.). The performance of the proposed methods are illustrated and validated by different simulation results.

**Keywords:** Line tracking, fusion of multi-sensor data, observers in  $SO(3)$  and  $SE(3)$ , Kalman filter (M.E.K.F.).



# Remerciements

Je remercie **Mme. Isabelle Fantoni**, Directrice de recherche à l'Université de Compiègne et **M. Rachid Merzouki**, Professeur à l'École Polytechnique de Lille, d'avoir porté un grand intérêt à mon travail, et pour avoir accepté la tâche de rapporteur de mon manuscrit de thèse. Je remercie tout particulièrement, **Mme. Samia Bouchafa**, Professeur à l'Université d'Evry-Val-d'Essonne, **Mme. Catherine Achard**, Maître de Conférences à l'Université Pierre et Marie-Curie, et **M. Samir Bouaziz**, Professeur à l'Université de Paris XIe, d'avoir accepté d'examiner mon travail. Je tiens à témoigner ma profonde reconnaissance et gratitude à **M. Abdelaziz Benallegue**, Professeur à l'Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines et **M. Abdelhafid El-Hadri**, Maître de Conférences à l'Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines qui m'ont fait l'honneur d'être directeur et codirecteur de ma thèse. Merci pour votre aide, votre disponibilité, votre soutien constant tout au long de ce travail, merci pour votre expérience scientifique que vous m'avez transmis. Je tiens à remercier également **M. Lotfi Benziane**, pour les nombreuses discussions animées et son aide constante, son soutien et sa générosité. Je tiens à adresser aussi toute ma profonde reconnaissance et ma gratitude à **M. Luc Chassagne**, Directeur du laboratoire L.I.S.V. ainsi que l'ensemble du personnel, professeurs, doctorants et stagiaires du laboratoire, merci de m'avoir soutenu dans mon projet de thèse, merci pour les moments d'échanges dans la joie et la bonne humeur. J'adresse mes remerciements aussi à la direction des études doctorales de l'UVSQ spécialement à la directrice **Mme. Chantal Larpent** et également à **Mme. Véronique Delahaye** pour tout les efforts entrepris dans l'accompagnement du déroulement de ma thèse. Je tiens à adresser toute ma profonde reconnaissance et ma gratitude à toutes les personnes qui, de près ou de loin, m'ont aidé, conseillé et encouragé. Je ne saurais remercier suffisamment ma famille en particulier ma femme et mes enfants ainsi que mes amis pour le soutien inestimable et inépuisable durant ces années de thèse.



# Sommaire

<b>Remerciements</b>	<b>v</b>
<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>1 Vision et Mouvement : Préliminaires et État de l'art</b>	<b>9</b>
1.1 Introduction . . . . .	9
1.2 Le mouvement 3D décrit par l'image 2D . . . . .	10
1.2.1 De la scène à l'image . . . . .	10
1.2.2 Caractéristiques de l'image . . . . .	10
1.2.2.1 Les points et leur détection dans l'image . . . . .	11
1.2.2.2 Les lignes et leur détection dans l'image . . . . .	14
1.2.3 Suivi des caractéristiques de l'image . . . . .	17
1.2.3.1 Suivi des points . . . . .	18
1.2.3.2 Suivi des lignes . . . . .	25
1.3 Représentation de la pose d'un corps rigide en mouvement 3D . . . . .	27
1.3.1 Modèle cinématique et dynamique . . . . .	27
1.3.2 Représentation d'une ligne 3D dans l'image . . . . .	29
1.3.3 Estimation de la pose . . . . .	32
1.4 Conclusion . . . . .	34
<b>2 Suivi de lignes dans une séquence d'images</b>	<b>35</b>
2.1 Introduction . . . . .	35
2.2 Méthode du "Token Tracker" . . . . .	36
2.3 Méthode du flux optique . . . . .	39
2.4 Résultats de simulation . . . . .	44
2.4.1 Détection et suivi de lignes entre deux images réelles . . . . .	44
2.4.2 Suivi de lignes dans une séquence d'images . . . . .	45
2.4.3 Reconstitution du mouvement de la caméra . . . . .	47
2.5 Conclusion . . . . .	54



<b>3</b>	<b>Estimation de l'attitude d'un corps rigide à partir de la fusion de données visuelles et gyrométriques</b>	<b>57</b>
3.1	Introduction . . . . .	57
3.2	Mouvement 3D du corps rigide et mesures . . . . .	58
3.3	Estimation de l'attitude . . . . .	61
3.3.1	Conditions d'observabilité . . . . .	61
3.3.2	Observateur dans $SO(3)$ et M.E.K.F. . . . .	65
3.4	Résultats de simulations . . . . .	69
3.4.1	Conditions de simulations . . . . .	70
3.4.2	Résultats obtenus . . . . .	71
3.5	Conclusion . . . . .	76
<b>4</b>	<b>Estimation de la pose d'un corps rigide à partir de la fusion de données visuelles et inertielles</b>	<b>77</b>
4.1	Introduction . . . . .	77
4.2	Modélisation du mouvement de translation à sortie implicite . . . . .	77
4.3	Estimation de la pose par un observateur cascade . . . . .	80
4.4	Estimation de la pose par un observateur dans $SE(3)$ . . . . .	83
4.5	Résultats de simulations . . . . .	89
4.5.1	Conditions de simulations . . . . .	89
4.5.2	Résultats obtenus . . . . .	90
4.6	Conclusion . . . . .	97
	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>99</b>
	 <b>Annexes</b>	 <b>103</b>
<b>A</b>	<b>Filtre de Kalman pour l'Algorithme du "Token Tracker"</b>	<b>105</b>
<b>B</b>	<b>Algorithme du TRIAD pour l'Estimation de l'Attitude</b>	<b>107</b>

## Notations

Voici une liste des abréviations utilisées.

### Grandeurs & Désignations

$\omega$  , vitesse angulaire,  $rad/s$

$b_\omega$ , biais du gyroscope,  $rad/s$

$\omega_m$ , vitesse angulaire mesuré par le gyroscope, en  $rad/s$

$g$ , la gravité exprimée dans le repère inertiel, en  $m/s^2$

$a_{\mathcal{I}}$ , accélération exprimée dans le repère inertiel, en  $m/s^2$

$a_m$ , accélération mesuré par l'accéléromètre, en  $m/s^2$

$R \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ , Matrice de rotation

$q \in \mathbb{R}^3$ , Quaternion unitaire

$z_{\mathcal{I}}$ , position de l'objet rigide dans le repère global, en  $m$

$v_{\mathcal{I}}$ , vitesse de l'objet rigide dans le repère global, en  $m/s$

$n_i$ , Vecteur orthogonal au plan que forme une droite  $d_i$  avec l'origine du repère de la caméra

$n_{im}$ , Vecteur orthogonal  $n_i$ , mesuré par le processus de traitement d'image

$u_{\mathcal{I},i}$ , Vecteur direction d'une droite  $d_i$  , fixe dans l'espace 3D

$k_i$ , Vecteur distance d'un point de la droite  $d_i$  à l'origine du repère de la caméra

$k_{im}$ , Vecteur distance,  $k_i$ , mesuré par le processus de traitement d'image

U.A.V., Unmanned aerial vehicle

M.A.V., Micro aerial vehicle

E.K.F, pour Extended Kalman Filter c'est le Filtre de Kalman Etendu)

M.E.K.F, Multiplicative Extended Kalman Filter (Filtre de Kalman Etendu Multiplicatif)



# Table des figures

1.2.1	Formation d'une image . . . . .	10
1.2.2	Emplacements des caractéristiques points dans l'image . . . . .	13
1.2.3	Les différentes situations de construction naturelle des lignes dans une scène d'intérieur. . . . .	15
1.2.4	La détection des lignes . . . . .	15
1.2.5	Détection des lignes par la méthode de Hough . . . . .	16
1.2.6	Détection des lignes par Transformée de Hough probabiliste . . . .	17
1.2.7	Mise en correspondance et Cross-Corrélation : a) Point sélectionné dans l'image 1 , b) point non sélectionné, c) Point sélectionné dans l'image 2 d) le déplacement du point entre les deux images succes- sives. . . . .	19
1.2.8	Projection perspective d'un point 3D de la scène dans le plan image et flux optique dû au déplacement de la caméra . . . . .	20
1.3.1	Projection en perspective d'une droite fixe de l'environnement . . .	30
1.3.2	Représentation d'une ligne dans l'espace 3D en coordonnées de Plücker $(u, n)$ . . . . .	31
2.2.1	Le processus de suivi des lignes adopté dans la méthode "Token Tracker " . . . . .	36
2.2.2	Représentation d'une ligne . . . . .	37
2.3.1	Processus de détection et de suivi des lignes basé sur le flux optique.	39
2.3.2	Suivi des points de lignes . . . . .	41
2.3.3	Description graphique de la méthode de correction des points et des lignes suivies . . . . .	42
2.4.1	Processus de détection et de suivi . . . . .	45
2.4.2	Mouvement de la caméra 3D et lignes fixes observées dans la scène	47
2.4.3	Suivi de lignes sur une séquence d'images de synthèse par l'algorithme 2.2 sans correction de la dérive . . . . .	48
2.4.4	Suivi de lignes sur une séquence d'images de synthèse par l'algorithme 2.2 avec correction de la dérive . . . . .	49

2.4.5	Suivi de lignes sur une séquence d'images de synthèse avec l'algorithme du "Token Tracker" . . . . .	50
2.4.6	Suivi de lignes sur une séquence d'images réelles par l'algorithme 2.2 . . . . .	51
2.4.7	Suivi de lignes sur une séquence d'images réelles par l'algorithme du "Token Tracker" . . . . .	52
2.4.8	Estimation du mouvement de rotation de la caméra (angles de roulis tangage et lacet) obtenue par l'Algorithme basé flux optique . . . . .	54
3.2.1	Scènes 3D observées . . . . .	59
3.2.2	Projection en perspective d'une ligne fixe de l'environnement . . . . .	59
3.3.1	Estimation de l'attitude par fusion de données visuelles et inertielles réalisée par un observateur type M.E.K.F . . . . .	62
3.4.1	Trajectoire de la caméra pour une durée de 50 secondes. . . . .	70
3.4.2	Les mesures des vecteurs (n, k) et leurs références correspondant à la ligne $l_1$ . . . . .	72
3.4.3	Les mesures des vecteurs (n, k) et leurs références correspondant à la ligne $l_2$ . . . . .	73
3.4.4	Estimation de l'attitude présentée par les angles de roulis, tangage et lacet . . . . .	74
3.4.5	Erreur d'estimation de l'attitude . . . . .	74
3.4.6	Estimation du biais du gyromètre . . . . .	75
3.4.7	Comparaison entre deux méthodes d'estimation de l'attitude : Observateur MEKF (voir 3.3.18) vs observateur RHG (voir 3.3.17) . . . . .	75
3.4.8	Erreur d'estimation de l'attitude : Observateur MEKF (3.3.18) vs RHG (3.3.17) . . . . .	76
4.3.1	Estimation de la pose par un Observateur à deux étapes . . . . .	81
4.4.1	Estimation de la Pose par un observateur global . . . . .	84
4.5.1	Trajectoire de référence du mouvement de la caméra . . . . .	90
4.5.2	Estimation de l'Attitude (roulis, tangage et lacet) . . . . .	93
4.5.3	Erreur d'estimation d'Attitude . . . . .	93
4.5.4	Estimation de la Position relative . . . . .	94
4.5.5	Erreur d'estimation de la Position relative . . . . .	94
4.5.6	Estimation de la Vitesse . . . . .	95
4.5.7	Erreur d'estimation de la vitesse . . . . .	95
4.5.8	Estimation du biais du gyroscope . . . . .	96
4.5.9	Erreur d'estimation du Biais du gyroscope, pour les deux observateurs. . . . .	96

# Liste des tableaux

1.1	Classification des points en fonction des valeurs propres de $G(p_i)$	13
2.1	Les paramètres d'une ligne selon l'algorithme du "Token Tracker"	37
2.2	Caractéristiques de la caméra simulée	46
3.1	Valeurs des paramètres de simulation (observateur M.E.K.F)	71
3.2	Paramètres de l'observateur ( M.E.K.F.)	71
4.1	Valeurs des paramètres de simulation	91
4.2	Paramètres de l'observateur 1 ( cascade)	91
4.3	Paramètres de l'observateur 2 ( $SE(3)$ )	91
A.1	Filtre de Kalman	106



# Publications

Une partie des travaux décrits dans cette thèse sont accessibles dans mes références ci\_après :

[01] A Seba, A El Hadri, L Benziane, A Benallegue, « Multiplicative Extended Kalman Filter based on Visual Data for Attitude Estimation » ICRA 2014 Workshop on Modelling, Estimation, Perception and Control of All Terrain Mobile Robots, June 1-7, 2014 Hong-Kong, China.

[02] A Seba, A El Hadri, L Benziane, A Benallegue, « Attitude Estimation Using Line-Based Vision and Multiplicative Extended Kalman Filter » ICARCV 2014 13th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, December 10-12, 2014 Singapore.

[03] Benziane, L. and El Hadri, A. and Seba, A. and Benallegue, A. and Chitour, Y., "Attitude Estimation and Control Using Linear-Like Complementary Filters: Theory and Experiment", arXiv:1503.02718v1 [math.OC] (2015).





# Introduction

De nos jours, les robots sont mobiles, à roues ou à pattes, capables de se déplacer sur tout les terrains et aussi aériens, capable de voler et réaliser des missions bien loin de leur position de repli. Les champs d'applications de ces robots sont nombreux et variés aussi bien terrestres qu'extraterrestres, dans le cas des robots d'exploration spatiale. L'évolution des robots grâce à la progression technologique en électronique et en informatique a ouvert de nouveaux champs d'applications tels que les applications ludiques et éducatives. La forte intégration des traitements numériques et l'émergence des systèmes embarqués annonce une nouvelle classe de robot, dotés de plus en plus de fonctions qui augmentent leur autonomie et leur capacité à s'adapter à un environnement qui change. L'autonomie d'un robot est sa capacité à détecter les obstacles et les éviter, se localiser dans l'espace 2D/3D, naviguer et cartographier son chemin. L'intérêt de rendre automatiques certaines fonctions comme la localisation dans l'espace 2D/3D est très présent dans le développement de véhicules aériens sans pilote, appelés aussi drones ou U.A.V. (Unmanned Aerial Vehicle).

Les robots aériens sans pilotes à décollage vertical de type Quadrotor, connaissent actuellement un grand intérêt dans le domaine civil. La capacité à décoller et atterrir à la verticale et à se maintenir en vol stationnaire ouvre de nouvelles perspectives dans plusieurs domaines. Malgré leur simplicité apparente, les U.A.V sont difficiles à faire voler avec des conditions de stabilité qui conviennent à leurs missions. Plusieurs travaux en cours apportent des solutions pour simplifier le pilotage des mini-drones, en déchargeant le pilote des tâches difficiles qui vont être traitées en interne dans une boucle de contrôle automatique afin de suivre l'attitude de référence imposée par la mission. La réussite de la mission nécessite la connaissance de l'attitude ou l'orientation du drone et de sa vitesse angulaire à chaque instant.

Il est bien connu que l'attitude d'un engin aérien, n'est pas directement mesurable mais estimée à partir de mesures issues de capteurs embarqués tels que la centrale inertielle, caméra, GPS, télémètre, etc. Les conditions d'utilisation de ces capteurs sont variées et souvent liées aux applications et leurs environnements.

En effet, l'utilisation du GPS par exemple, en zone urbaine est très limitée du fait de la perte du signal. Les capteurs inertiels sont très sensibles aux bruits et leurs performances dépendent de leurs bandes passantes et des conditions de l'environnement d'application (perturbations magnétiques pour un magnétomètre). Pour estimer la position et l'orientation à partir de l'utilisation de l'accéléromètre et du gyromètre il est nécessaire de réaliser une opération d'intégration, mais les erreurs dues à cette opération rendent difficile leur insertion dans les boucles de commande. Toutefois, une estimation se basant sur l'utilisation d'autres capteurs et les techniques de fusion de données des observateurs sont possibles.

Les capteurs visuels sont une alternative aux capteurs classiques de type inertiels (accéléromètres, magnétomètres) pour l'estimation de l'attitude lorsque l'on doit faire face à certaines conditions d'utilisation de ces capteurs. Par exemple dans le cas d'utilisation d'un magnétomètre dans un champ perturbé ou lorsque le système est sujet à de fortes accélérations et que l'accéléromètre ne mesure pas uniquement l'accélération dû à la gravité. Les capteurs visuels sont aussi sensibles aux changements de luminosité et leur utilisation a souvent été limitée par la capacité des traitements des calculateurs. Cependant l'évolution technologique et l'amélioration de la capacité de calcul des processeurs actuels permettent d'envisager une utilisation plus large de ces capteurs visuels. La vision comme moyen de mesure et d'estimation du mouvement est un contexte réel qui trouve son fondement dans son usage quotidien et continu par l'homme et par les animaux. Très tôt les scientifiques ont mis en évidence à travers l'analyse de la dynamique du champ visuel la présence, dans les images capturées, des informations sur le mouvement propre du système vision dans son déplacement. Parmi ces informations, le flux optique qui s'accroît ou s'affaiblit en observant une scène fixe, aide les insectes à mieux gérer les distances aux obstacles.

Ce contexte d'utilisation de la vision nous impose d'embarquer le capteur visuel et d'effectuer les traitements localement. Par ailleurs, la complémentarité des différents capteurs a permis d'élaborer des solutions par fusion de données afin de tirer avantage des bonnes conditions d'utilisation de chacun d'eux. Les travaux de recherche sur l'estimation de l'attitude et la position d'un corps rigide en mouvement dans l'espace, intéressent de plus en plus les chercheurs malgré les nombreuses publications dans la littérature depuis plusieurs décennies. En effet, les nouvelles applications comme, par exemple, le guidage et pilotage automatique des robots aériens sans pilote, ouvrent d'autres champs pour le développement de nouvelles techniques ou nouveaux algorithmes pouvant être embarqués dans le système de commande. La vision apporte avec l'évolution de la capacité de traitement des images de nouvelles solutions pouvant remplacer d'autres solutions basées unique-

---

ment sur des mesures de capteurs inertiels. Ces algorithmes basés vision offrent, en association avec les capteurs inertiels, de nouvelles perspectives pour réaliser une stabilité à long terme des systèmes auto-pilotés. C'est principalement sur ce thème et axe de recherche que se situe l'apport du travail présenté dans cette thèse.

Dans cette thèse, une nouvelle méthode de suivi de lignes d'une image le long d'une séquence d'images est proposée. L'originalité de la méthode est de combiner le suivi des points et des lignes pour une meilleure mise en correspondance afin d'améliorer l'efficacité et la robustesse du suivi. La méthode est basée principalement sur l'utilisation de la technique du flux optique pour la prédiction du déplacement des points d'une ligne et un raffinement de la mise en correspondance par minimisation de la distance Euclidienne dans la zone de recherche autour des déplacements prédits des points de ces lignes. Cette méthode permet d'obtenir, par le suivi des lignes, des mesures implicites des vecteurs directions des lignes 3D observées ainsi que les vecteurs le long des projections des points de ces lignes. Ces mesures ont été exploitées et fusionnées avec les mesures des gyromètres afin de proposer un nouvel observateur pour l'estimation de l'attitude d'un corps rigide. Cet observateur est conçu dans le sous espace orthogonal  $SO(3)$  avec un gain de l'observateur qui est déterminé à partir de l'élaboration d'une structure de Kalman de type M.E.K.F. (Multiplicative Extended Kalman Filter ou Filtre de Kalman Etendu Multiplicatif). Le terme de correction a été composé pour permettre d'annuler l'erreur d'estimation et de faire face au problème de l'ambiguïté de signe lié à la mesure issue des données visuelles. L'estimation du biais a été prise en compte dans la conception de cet observateur.

Encouragé par les résultats obtenus par l'observateur proposé pour l'estimation de l'attitude par fusion des données visuelles issues de l'algorithme de suivi des lignes et des mesures des gyromètres, une extension à l'estimation de la position relative et la vitesse du corps rigide dans le repère de la scène est proposée, tout d'abord sous forme d'un observateur cascade. Un modèle de translation à sortie implicite proposé par [Rehbinder & Ghosh \(2003\)](#) est utilisé afin d'élaborer la structure de l'observateur pour l'estimation de la position relative de la caméra par rapport à une position correspondant au point d'intersection de trois droites fixes de l'espace de la scène. Le modèle de translation utilisé dans l'observateur cascade suppose que l'estimation de l'attitude dans la première étape soit parfaite. Ainsi, l'observateur type Kalman à gain variant dans le temps permet d'assurer une convergence exponentielle des erreurs d'observation de la position et de la vitesse. Ensuite, un deuxième observateur conçu dans  $SE(3)$  a été proposé. Cet observateur permet de fournir une estimation simultanée de l'attitude, de la position relative et de la vitesse du corps rigide. Les matrices de gain de cet observateur

sont déterminées en adoptant la même démarche que l'observateur de l'attitude basé M.E.K.F. Les résultats obtenues en utilisant des images de synthèses sont très prometteurs et permettent d'envisager d'embarquer les différents algorithmes dans un système réel.

Le mémoire de thèse, est organisé comme suit :

- Le **chapitre 1** sera consacré à la présentation de l'état de l'art et quelques fondamentaux portant sur les outils et les méthodes d'estimation du mouvement propre d'un corps rigide à partir de la fusion de données visuelles et inertielles. Ce chapitre s'articule autour de deux grandes parties : la première partie concerne les méthodes d'analyses des images et du suivi des caractéristiques locales (lignes et points). La deuxième partie est consacrée à la représentation du mouvement d'un corps rigide et aux méthodes d'estimations de sa position et de son orientation.
- Le **chapitre 2** porte sur la première contribution dans la mise en œuvre d'un suivi de lignes dans une séquence d'images. Dans une démarche comparative nous avons choisi de présenter une synthèse d'une méthode de suivi de lignes présentée par [Toscani et al. \(1988\)](#), appelée "Token Tracker". Cette méthode est construite autour d'un filtre de Kalman utilisé pour prédire la position des lignes dans les images successives. Ensuite, on présentera notre méthode qui est basée sur un calcul du flux optique pour prédire la position des lignes suivies dans les images successives. Les différentes étapes de la méthode seront décrites : choix des lignes, prédiction du déplacement et correction des lignes suivies ; et un algorithme pour la mise en œuvre de la méthode de suivi sera donné. Les résultats utilisant, d'une part, des images réelles et d'autre part des images de synthèses seront présentés.
- Le **chapitre 3** constitue notre deuxième contribution concernant l'estimation de l'attitude d'un corps rigide en mouvement 3D. On donnera la structure de l'observateur conçu dans  $SO(3)$  autour d'un filtre de Kalman type M.E.K.F. et se basant sur la fusion des données visuelles issues de l'algorithme de suivi des lignes et des mesures de gyromètres. Une analyse de l'observabilité pour l'estimation de l'attitude avec des données visuelles sera présentée à partir d'une étude menée par [Rehbinder & Ghosh \(2003\)](#) et par [Wu et al. \(2006\)](#). Une présentation des performances de notre méthode d'estimation de l'attitude sera faite et illustrée par différents résultats de simulations portant sur des séquences d'images de synthèses et une comparaison sera faite avec l'observateur d'attitude basé sur le suivi de lignes proposé par [Rehbinder & Ghosh \(2003\)](#).

- 
- Le **chapitre 4** est consacré à notre troisième contribution concernant l'estimation de la pose d'un corps rigide en mouvement 3D. Deux algorithmes d'estimation de la position et de l'orientation d'un corps rigide en mouvement dans l'espace 3D basés sur le suivi de lignes seront proposés. Le premier est un observateur cascade à deux étapes. La première étape est basée sur l'estimation de l'attitude réalisée par l'observateur conçu dans  $SO(3)$  et présentée dans le chapitre 3. Dans la deuxième étape, un observateur basé sur un modèle de translation à sortie implicite présenté par [Rehbinder & Ghosh \(2003\)](#) est proposé en utilisant des mesures issues des accéléromètres combinées aux données visuelles pour compléter l'estimation de la pose. Dans la suite du chapitre, on présentera un deuxième observateur, conçu directement dans  $SE(3)$ , basé sur un filtre de Kalman de type M.E.K.F. afin d'obtenir une estimation en simultanée de la pose par fusion de données inertielles et visuelles. Une présentation sera faite des performances des deux observateurs ainsi qu'une comparaison pour montrer la validité et l'efficacité de notre approche.
  - Une **conclusion** résume nos principaux apports et présente quelques perspectives aussi bien dans l'amélioration du suivi de lignes que dans l'estimation d'attitude et de pose en général.



# Chapitre 1

## Vision et Mouvement : Préliminaires et État de l'art

### 1.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à une présentation de l'état de l'art et des préliminaires portant sur les outils et les méthodes d'estimation du mouvement propre d'un corps rigide à partir de la fusion de données visuelles et inertielles. L'un des domaines les plus concernés par la nécessité de reconstituer le mouvement propre est bien celui des engins volants autonomes du type U.A.V.. Ces derniers sont considérés comme des robots mobiles se déplaçant dans un espace tridimensionnel et la problématique essentielle dans ce cas est la navigation surtout dans des environnements non structurés et inconnus. En effet, la navigation n'est possible que grâce à la localisation et l'orientation en temps réel du robot par des capteurs embarqués. Parmi ces derniers, nous avons la caméra qui est un élément essentiel dans ce travail et qui trouve bien sa place en tant que capteur complétant les autres capteurs tels que les capteurs inertiels (ex : IMU), les capteurs de proximité (ex : télémètre) et les capteurs absolus (ex : GPS).

L'association des informations issues de ces capteurs est primordiale pour reconstituer le mouvement (position et orientation) d'un corps rigide dans l'espace 3D. Les préliminaires et l'état de l'art qu'on souhaite présenter dans ce chapitre sont divisés en deux grandes parties qui tendent à répondre aux deux questions suivantes :

- Que nous apporte l'analyse des images et le suivi de leurs caractéristiques dans la détermination du mouvement propre d'un corps rigide mobile équipé d'un système de vision ?
- Comment exploiter les informations visuelles et les fusionner avec les informations inertielles pour estimer la position, la vitesse et l'orientation du corps rigide



à tout instant ?

## 1.2 Le mouvement 3D décrit par l'image 2D

### 1.2.1 De la scène à l'image

La caméra est composée de deux parties, la première est un système projectif qui transforme les rayons lumineux issues de la scène en une image 2D, représentative de la scène 3D observée. La deuxième partie de la caméra est constituée principalement d'un capteur C.C.D. ( Charge Coupled Device), qui transforme l'image réelle en une image numérique, ce processus s'apparente à une discrétisation de l'image réelle en un ensemble de pixels, voir la Figure 1.2.1. Chaque pixel fournit une valeur entière correspondante à l'échelle de l'intensité lumineuse qui l'éclaire, pour une quantification en 8 bits cette échelle s'étend de 0 à 255 pour une image monochrome en échelle de gris. Pour une image en couleur, le grain (pixel) d'une image numérique en couleur est déterminé par la somme des valeurs de trois pixels, un pour chaque couleur primaire, Rouge, Vert et Bleu, le dosage de ces trois pixels forme toutes les autres nuances colorées.

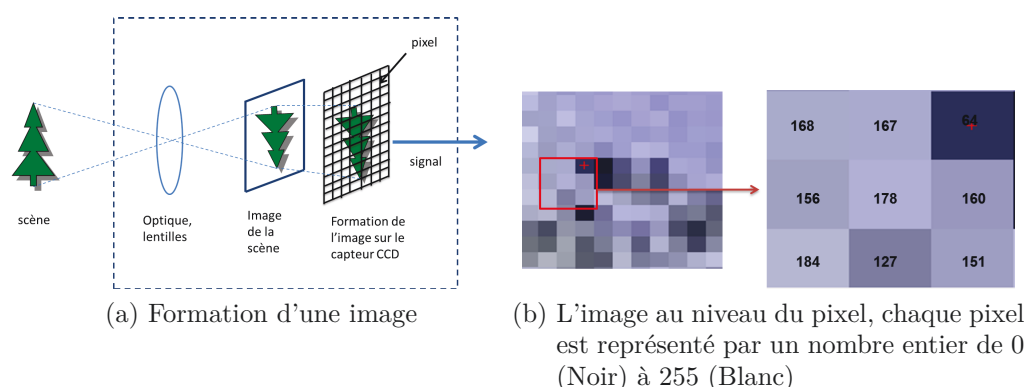


FIGURE 1.2.1 – Formation d'une image

A partir des images numériques obtenue, et en appliquant, des processus de traitements d'images appropriés, on extrait des informations liées au mouvement des objets de la scène, ou le mouvement propre de la caméra si la scène et les objets sont fixes.

### 1.2.2 Caractéristiques de l'image

L'observation d'une scène par une caméra lors d'un mouvement nous fournit une succession d'images représentatives de cette scène à des instants différents. L'étude

du mouvement à partir de cette séquence d'images se fait par l'analyse des transformations produites dans les images numériques successives. Ces transformations s'adressent aux primitives de bas niveau, comme les points, les segments ou les lignes, sont aussi désignées comme « les caractéristiques locales » d'une image. Ces transformations touchent aussi « des caractéristiques globales » représentant plus un regroupement de primitives locales, ce sont des formes un peu plus élaborées comme les surfaces, et les contours. Dans le paragraphe qui suit, nous allons définir ce qu'est un point, une ligne dans une image numérique, et puis nous allons décrire les méthodes permettant de les détecter afin de les suivre dans une séquence d'images.

### 1.2.2.1 Les points et leur détection dans l'image

Les points d'intérêts d'une image numérique sont les zones de forte variation de texture, c'est des changements brusques des valeurs de l'intensité lumineuse. Phénomène observé par [Moravec \(1980\)](#), qui note la forte variation du gradient dans toutes les directions quand on passe entre pixels voisins et précisément dans une région correspondante à un coin dans l'image. L'auteur, note aussi que cette variation est plus faible quand il s'agit de contours. Les points d'intérêts correspondent donc plus aux coins de l'image, ils peuvent aussi être dû à des discontinuités de la fonction de réflectance lors d'un changement de texture ou en présence d'une ombre, ou localisés dans les bords des objets de l'image. La Figure 1.2.2, représente des cas de détection des points, selon la fonction de répartition de l'intensité lumineuse dans une fenêtre centrée sur un pixel.

Pour extraire les points, plusieurs méthodes ont été développées, sur une période de plus de trois décennies. La plupart de ces méthodes se basent sur la détection des coins, les algorithmes correspondants s'appliquent directement sur l'image numérique en échelle de gris. D'autres méthodes s'appliquent plutôt sur une image de contours ou de bords. Une troisième approche, permet de détecter les points d'intérêts par une mise en correspondance de l'image numérique en échelle de gris avec un gabarit des points d'intérêts à détecter. Les images de contours sont obtenues après un prétraitement de l'image numérique en échelle de gris le plus souvent réalisé par un détecteur de contours, le plus connu c'est celui proposé par [Canny \(1986\)](#). L'auteur, propose un détecteur qui va être très utilisé par la suite dans une grande majorité d'applications en vision par ordinateur. Il est basé sur une détection des contours en fonction d'un seuil adaptable par rapport au bruit. Il fournit en sortie une carte des contours et leurs propriétés. Les détecteurs des coins de l'image, basés sur cette approche, réalisent l'extraction des points d'intérêts le long des contours en sélectionnant les régions de courbures maximales et les intersections de contours. Parmi les algorithmes et méthodes, appliqués pour

détecter des coins, on peut citer le détecteur donné par [Harris & Stephens \(1988\)](#), qui est une version améliorée du détecteur proposé par [Moravec \(1980\)](#). Les améliorations apportées, concernent le bruit, le modèle de la fonction d'intensité au voisinage d'un pixel, et l'estimation de la qualité d'un coin vis-à-vis de la matrice des gradients. Pour réduire les fortes discontinuités rencontrées dans le détecteur de [Moravec \(1980\)](#), [Harris & Stephens \(1988\)](#) proposent un opérateur pour calculer la qualité d'un coin et donc d'un point d'intérêts, basé sur les valeurs propres de la matrice des gradients :

$$C(p_i) = \det(G(p_i)) - k \times \text{trace}^2(G(p_i)) \quad (1.2.1)$$

$C(p_i)$  est la qualité d'un coin localisé en  $p_i(x_i, y_i)$ , voir la Figure 1.2.2,  $G(p_i)$  est calculé par :

$$G(p_i) = \begin{bmatrix} \Sigma_{W(p_i)} I_x^2 & \Sigma_{W(p_i)} I_x I_y \\ \Sigma_{W(p_i)} I_x I_y & \Sigma_{W(p_i)} I_y^2 \end{bmatrix} \quad (1.2.2)$$

Pour toute position  $p_i = [x_i, y_i]^T$ , on définit une fenêtre autour d'une région carrée  $W(p_i)$  centrée en  $p_i$  voir la Figure 1.2.2. La taille du masque (fenêtre) est décidée en fonction de la précision recherchée, une taille du masque plus grande ne donne pas d'identification précise des points.

$I_x$  et  $I_y$  sont les composantes du gradient de la région centrée en  $p_i$ , ces deux composantes sont définies à partir de l'opérateur de convolution de Sobel voir [Burel \(2001\)](#) :

$$I_x = \begin{bmatrix} +1 & 0 & -1 \\ +2 & 0 & -2 \\ +1 & 0 & -1 \end{bmatrix} * I(x_i, y_i) \quad (1.2.3)$$

$$I_y = \begin{bmatrix} +1 & +2 & +1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} * I(x_i, y_i) \quad (1.2.4)$$

$I(x_i, y_i)$  est l'intensité moyenne du coin localisé en  $p_i = [x_i, y_i]^T$  qui est aussi le noyau du masque  $W(p_i)$ .  $k$  est un paramètre qui doit être fixé, la valeur choisie par défaut est  $k = 0,04$ . La classification du point  $p_i$  dans l'image est expliquée aussi par l'analyse des valeurs propres de  $G(p_i)$ , présentée dans le tableau (1.1) et graphiquement sur la Figure 1.2.2-(b) :

régions	valeurs propres
coin	$\lambda_1 \text{ et } \lambda_2 \gg 0$
lisse	$\lambda_1 \text{ et } \lambda_2 \approx 0$
bord	$\lambda_1 \gg \lambda_2 \text{ ou } \lambda_1 \ll \lambda_2$

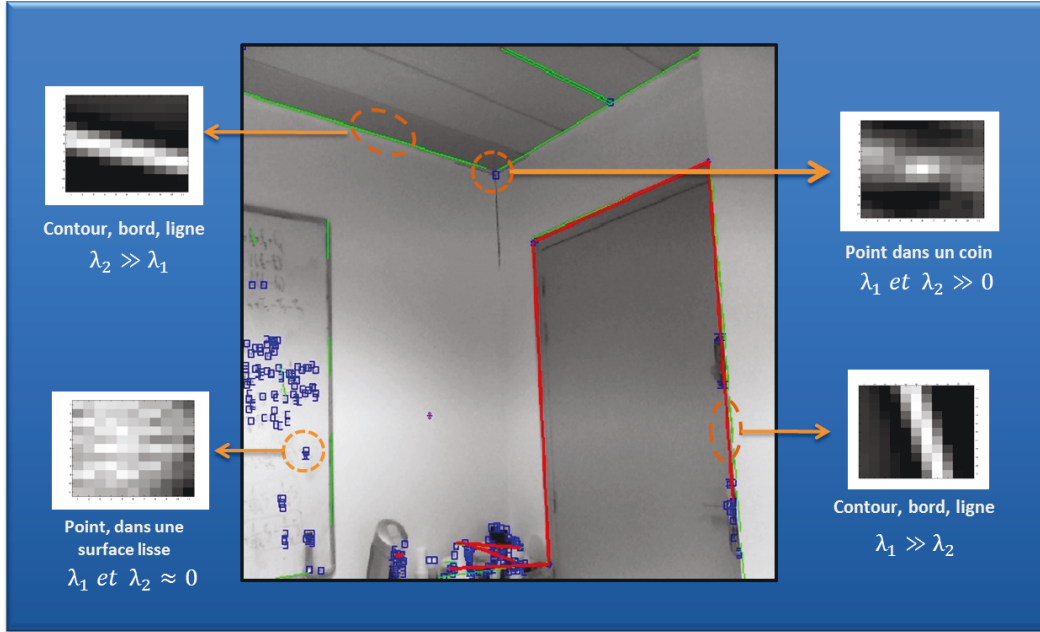
TABLE 1.1 – Classification des points en fonction des valeurs propres de  $G(p_i)$ 


FIGURE 1.2.2 – Emplacements des caractéristiques points dans l'image

Sur la Figure 1.2.2, on montre des situations et emplacements différents pour trouver des coins, selon le critère de qualité du point cité dans la relation (1.2.1) :

- cas 1 :  $C(p_i) > 0$  ou  $\lambda_1 \text{ et } \lambda_2 \gg 0$  correspond à un emplacement dans un coin.
- cas 2 : dans le cas d'un point de bord  $C(p_i) < 0$  ou  $\lambda_1 \gg \lambda_2$  ou  $\lambda_2 \gg \lambda_1$ .
- cas 3 :  $C(p_i) \approx 0$  ou  $\lambda_1 \text{ et } \lambda_2 \approx 0$ , cas des points probables dans des zones homogènes et lisses, les représentations des fenêtres autour des points ont été réalisées sur une image en échelle de gris.

Des études comparatives nous aident à choisir le détecteur des points le plus approprié pour l'application envisagée. Parmi ces études, on cite les travaux de [Tissainayagam & Suter \(2004\)](#), l'auteur compare quatre méthodes proposées par : [Tomasi & Kanade \(1991\)](#), [Smith \(1992\)](#), [Kitchen & Rosenfeld \(1982\)](#) et [Harris & Stephens \(1988\)](#). L'auteur dans sa démarche de comparaison se base sur deux propriétés des coins à fort intérêts : la localisation et la stabilité. Par contre, il

valide son étude sur des images statiques, et ainsi il ne tiendra compte au final que du bruit dû aux conditions d'illuminations, l'impact du mouvement n'est pas étudié.

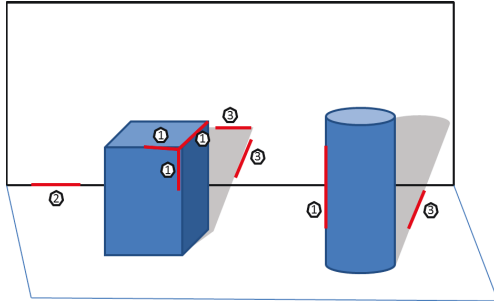
Une autre étude comparative est proposée par [Mokhtarian & Suomela \(1998\)](#), elle porte sur les mêmes méthodes citées, plus haut. L'auteur, propose au terme de cette étude une autre méthode, basée sur la détection des régions de courbure d'échelles, nommée « C.S.S. » pour Curve Scale-Space. Les résultats présentés montrent une robustesse à l'identification des coins de l'image, plus intéressante que les méthodes citées, plus haut. [Rosten & Drummond \(2006\)](#), proposent une détection des coins très rapide en comparaison avec les méthodes proposées par [Harris & Stephens \(1988\)](#) et [Smith \(1992\)](#). La méthode proposée par [Rosten & Drummond \(2006\)](#) se pose comme une bonne démarche vis-à-vis de l'implémentation temps réel des détecteurs de points d'intérêts. [Shi & Tomasi \(1994\)](#), proposent une méthode qui lie les performances de la détection des points et donc des coins en fonction de la qualité du suivi des points sélectionnés, cette méthode est connue sous le nom de « Good Feature to Track ». [Tuytelaars & Mikolajczyk \(2008\)](#), proposent une revue portant sur plusieurs méthodes de détections des caractéristiques locales. L'étude comporte la présentation d'un tableau comparatif incluant une dizaine de méthodes de détection des points, celles-ci sont comparées selon plusieurs critères de performance et de robustesse, y compris aussi l'invariance aux différentes transformations (rotation, translation et changement d'échelle).

#### 1.2.2.2 Les lignes et leur détection dans l'image

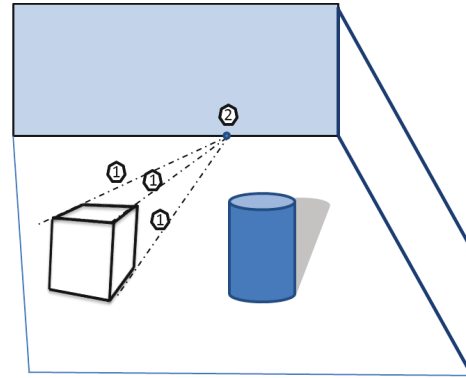
[Ayache & Lustman \(1991\)](#), décrit les lignes des images capturées comme des phénomènes physiques divers tel que la réflexion, l'illumination, le passage d'une surface plane à une autre, voir la Figure 1.2.3.

Dans la Figure 1.2.3b, on présente une description de la construction des lignes de fuites (1) et des points de fuites (2).

[Burns \*et al.\* \(1986\)](#), définit une ligne dans une image numérique comme un ensemble de fragments de contours colinéaires et contigus. Le regroupement des fragments de contours en un même ensemble se fait sur le critère des pixels ayant la même orientation du gradient, la ligne de contours est obtenue par approximation de l'ensemble de points de mêmes orientations.

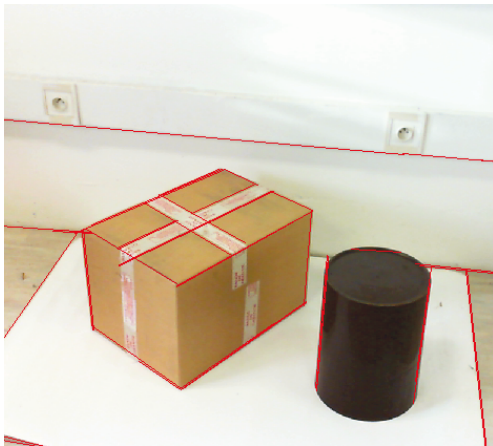


(a) Lignes dans une scène : (1) et (2) correspondent à des passages d'une surface à une autre, (3), correspond plus à une réflexion de la lumière.

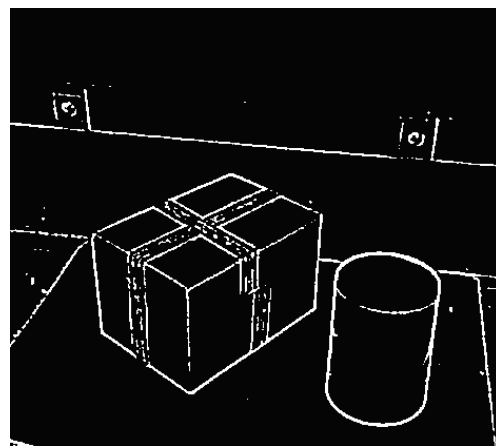


(b) Lignes de fuites dans une scène : les lignes (1) correspondent à des lignes de fuites, (2) correspond à un point de fuite.

FIGURE 1.2.3 – Les différentes situations de construction naturelle des lignes dans une scène d'intérieur.



(a) Lignes détectées avec la méthode de Hough probabiliste (voir [Illingworth & Kittler \(1988\)](#)).



(b) Détection de contours par la méthode de [Canny \(1986\)](#)

FIGURE 1.2.4 – La détection des lignes

La détection des lignes est réalisée le plus souvent par la méthode de Hough, voir [Hart \(2009\)](#) et [Illingworth & Kittler \(1988\)](#), cette méthode est appliquée à l'image après une étape de détection de contours. Les lignes droites sont sélectionnées en fonction d'un vote : chaque pixels sur un fragment de contour de l'image est affecté dans une table « espace des paramètres » d'un nombre de lignes potentielles et de

leurs caractéristiques : orientation  $\theta$  et distance  $\rho$  à l'origine du plan image. Les lignes droites sont retenues à partir du nombre d'intersection voir la Figure 1.2.5a. On remarque que la ligne droite  $d_1$  contient les deux points  $p_1$  et  $p_2$  et elle est définie par les paramètres  $\rho$  et  $\theta$ . Chaque points correspond à une sinusoïde dans l'espace de Hough  $(\rho, \theta)$ , l'intersection des sinusoïdes correspondent aux points alignés appartenant à la même droite voir la Figure 1.2.5b.

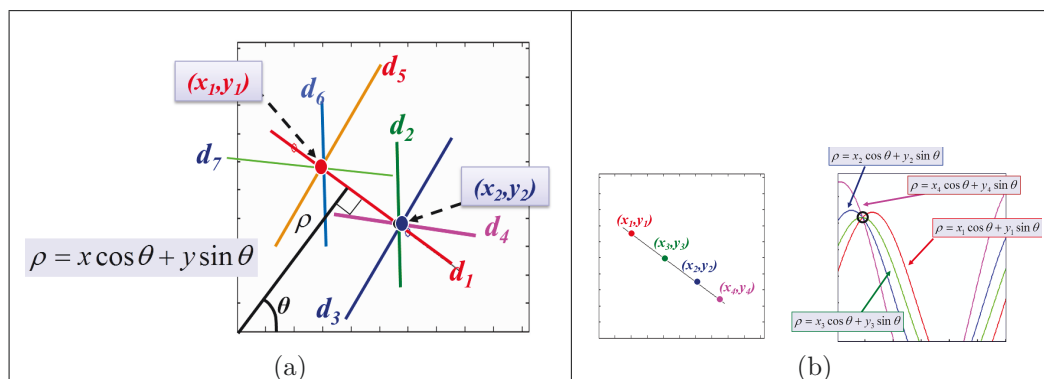


FIGURE 1.2.5 – Détection des lignes par la méthode de Hough

Cette méthode présente deux défauts le premier c'est le temps qu'il faut pour générer l'espace des paramètres pour tout les points d'une image. Un autre problème se pose, le fait que cette méthode ne tient pas compte de l'orientation des gradients des points de contours, une possible détection de lignes fortuites qui n'ont pas de fondements réels peut être obtenue.

Une autre méthode que celle de Hough, est proposée par Burns *et al.* (1986), elle est basée sur un processus de chaînage des contours. Cette méthode est améliorée par von Gioi *et al.* (2010a,b), l'auteur pour définir une ligne exploite la démarche de Desolneux *et al.* (2000, 2001), en regroupant des pixels en ligne droite quand cette dernière est perceptuellement significative. Cette condition est vérifiée en utilisant le principe de Helmholtz expliqué par la théorie de Gestalt présentée par Desolneux *et al.* (2007). Plus récemment Akinlar & Topal (2011), propose une version améliorée de la méthode L.S.D. (Line Segment Detection) de von Gioi *et al.* (2010a) annonçant une amélioration du temps de calcul de plus de 11 fois il propose une implémentation de cette méthode pour un fonctionnement en temps réel.

Kessler *et al.* (2010), propose, une comparaison portant sur quatre méthodes incluant la méthode de Hough, les autres méthodes dérivent des améliorations de la méthode de chaînage des contours proposée par Burns *et al.* (1986). Le résultat de cette comparaison n'est pas évident, la méthode de détection des lignes par Hough ainsi qu'une des trois méthodes, restent sensiblement un bon compromis



au niveau du temps de calcul actuel. La méthode de Hough bénéficie de la simplicité d'utilisation, une version améliorée est proposée par [Matas \*et al.\* \(2000\)](#), l'algorithme correspondant et qui est basé sur une méthode probabiliste s'applique sur un nombre de points restreints choisis aléatoirement ceci réduit le temps d'extraction des lignes, de plus la méthode permet d'isoler les segments plutôt que les lignes. Un programme est disponible dans la librairie OpenCV voir [Bradski & Kaehler \(2008\)](#) et dans Cvlink proposée par [Laurent \(2010\)](#) qui est une librairie construite à partir d'OpenCv pour l'usage sous Matlab/Simulink.

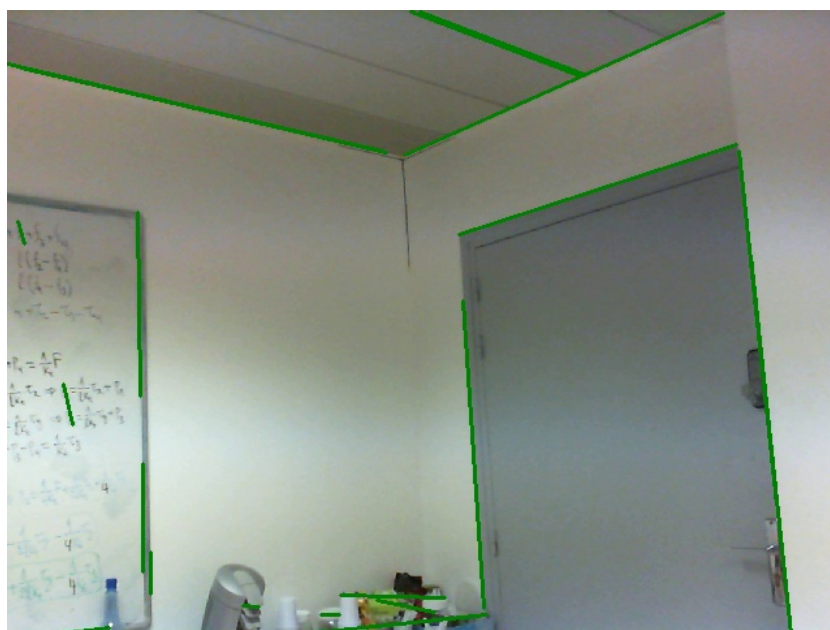


FIGURE 1.2.6 – Détection des lignes par Transformée de Hough probabiliste

### 1.2.3 Suivi des caractéristiques de l'image

Le suivi des caractéristiques locales est un point clé pour estimer le mouvement, il intervient dans la localisation, la mise en correspondance, la cartographie (S.L.A.M.), la reconnaissance de formes. Les méthodes de suivi des caractéristiques d'image sont basées sur la nécessité de retrouver les mêmes caractéristiques dans les images successives. Les techniques proposées exploitent la mise en correspondance des points d'intérêts entre deux images successives. Dans les paragraphes qui suivent nous allons décrire les méthodes de suivi appliquées aux points et celles aux lignes et nous présenterons les méthodes qui combinent les deux, comme c'est le cas dans notre approche. Nous présenterons aussi le flux optique qui est calculé à partir des caractéristiques d'images et qui est en rapport direct avec le mouvement.



### 1.2.3.1 Suivi des points

Le processus de suivi des points exploite les informations présentes dans le voisinage des points sélectionnés. La richesse des informations au voisinage d'un point améliore la fiabilité du suivi. Le processus de suivi se décline en deux étapes, la détection et la mise en correspondance. Le rôle de la détection est de sélectionner les points d'intérêts, alors que la mise en correspondance cherche à retrouver ces points dans les images successives. Les points sont trouvés s'ils sont semblables, cette mesure s'effectue par évaluation de la similarité. Une étude dédiée à la mise en correspondance des points est proposée par [Palomares \(2012\)](#). [Jiahui-Shi \(2010\)](#), après avoir détecté des points dans la première image et des points dans la deuxième image, évalue un coefficient de corrélation ( NCC, normalized cross corrélation ) affecté pour tous les points d'intérêts. Dans cette méthode, on prend à chaque fois deux fenêtres  $W(p_i)$  et  $W(p_j)$  autour des points  $p_i$  et  $p_j$  respectivement, dans la première et la deuxième image. Le coefficient de corrélation est obtenu grâce à l'expression suivante :

$$NCC(p_i, p_j) = \frac{\sum_{W_i W_j} (I_i(\tilde{p}_i) - \bar{I}_i)(I_j(\tilde{p}_j) - \bar{I}_j)}{\sqrt{\sum_{W_i} (I_i(\tilde{p}_i) - \bar{I}_i)^2 \sum_{W_j} (I_j(\tilde{p}_j) - \bar{I}_j)^2}} \quad (1.2.5)$$

où  $\bar{I}_i$  et  $\bar{I}_j$  sont les intensités moyennes calculées à partir des fenêtres  $W_i$  et  $W_j$ ,  $n$  représente le nombre de pixels dans chaque fenêtre :

$$\bar{I}_i = \frac{1}{n} \sum_{\tilde{p}_i \in W_i} I(\tilde{p}_i) \quad (1.2.6)$$

$$\bar{I}_j = \frac{1}{n} \sum_{\tilde{p}_j \in W_j} I(\tilde{p}_j) \quad (1.2.7)$$

D'autres approches de mise en correspondance des points d'intérêts et assurant leurs suivis sont basées sur le flux optique (voir les travaux de : [Horn & JR \(1988\)](#); [Horn & Shunck \(1981\)](#); [Black & Anandan \(1993\)](#); [Beauchemin & Barron \(1995\)](#); [Barron et al. \(1992\)](#)).

### Mouvement d'un point et flux optique

Soit  $F_C$  et  $F_S$  les repères attachés respectivement au repère d'une caméra et au repère de la scène, voir la Figure 1.2.8. L'origine  $O_C$  est défini comme le centre optique dans  $F_C$  et il a pour coordonnées  $[0, 0, 0]^T$  dans  $F_C$ . Le plan focal  $\pi$  dit aussi plan image a pour coordonnées  $[0, 0, f]^T$ , avec  $f$  comme distance focale, ce plan focal est orthogonale à l'axe  $Z_C$ . Soit  $P_{i/S}$  un point 3D de coordonnées

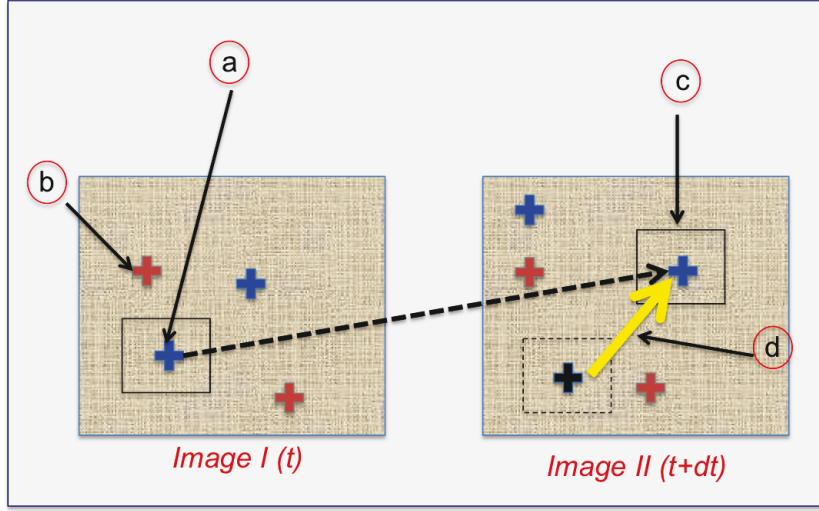


Figure 1.2.7 – Mise en correspondance et Cross-Corrélation : a) Point sélectionné dans l'image 1 , b) point non sélectionné, c) Point sélectionné dans l'image 2 d) le déplacement du point entre les deux images successives.

$[X_{P_i/S}, Y_{P_i/S}, Z_{P_i/S}]^T$  par rapport à  $F_S$ . Le point  $P_{i/S}$  est projeté dans l'image 2D en un point de coordonnées homogènes  $p_{i/C} = [x_{i/C}, y_{i/C}, z_{i/C}]^T$  dans  $F_C$ .

On considère que la caméra se déplace relativement à  $F_S$  dans un mouvement combiné d'une rotation propre de vecteur  $\Omega = [\omega_1, \omega_2, \omega_3]^T$ ,  $\Omega \in \mathbb{R}^3$  et d'une translation  $T = [T_X, T_Y, T_Z]^T$ ,  $T \in \mathbb{R}^3$  par rapport au repère de la scène. Soit  $P_{C/S}$ ,  $V_{C/S}$ , respectivement le vecteur position et vitesse de la caméra dans le repère de la scène. La vitesse s'exprime par :

$$V_{C/S} = [V_{C/S_X}, V_{C/S_Y}, V_{C/S_Z}]^T = \dot{P}_{C/S} = [\dot{X}_{C/S}, \dot{Y}_{C/S}, \dot{Z}_{C/S}]^T \quad (1.2.8)$$

La position de la caméra est exprimée par :

$$P_{C/S} = P_{P_i/S} - P_{P_i/C} \quad (1.2.9)$$

Le point  $P_{i/S}$  est fixe dans la scène, donc sa vitesse  $\dot{P}_{P_i/S}$  est nulle, la vitesse de la caméra s'exprime par :

$$\dot{P}_{C/S} = 0 - \dot{P}_{P_i/C} \quad (1.2.10)$$

Ainsi la vitesse de la caméra  $\dot{P}_{C/S}$  est inversement proportionnelle à la vitesse  $\dot{P}_{P_i/C}$  du point  $P_{P_i/C}$  dans le repère caméra. Celle-ci s'exprime par :

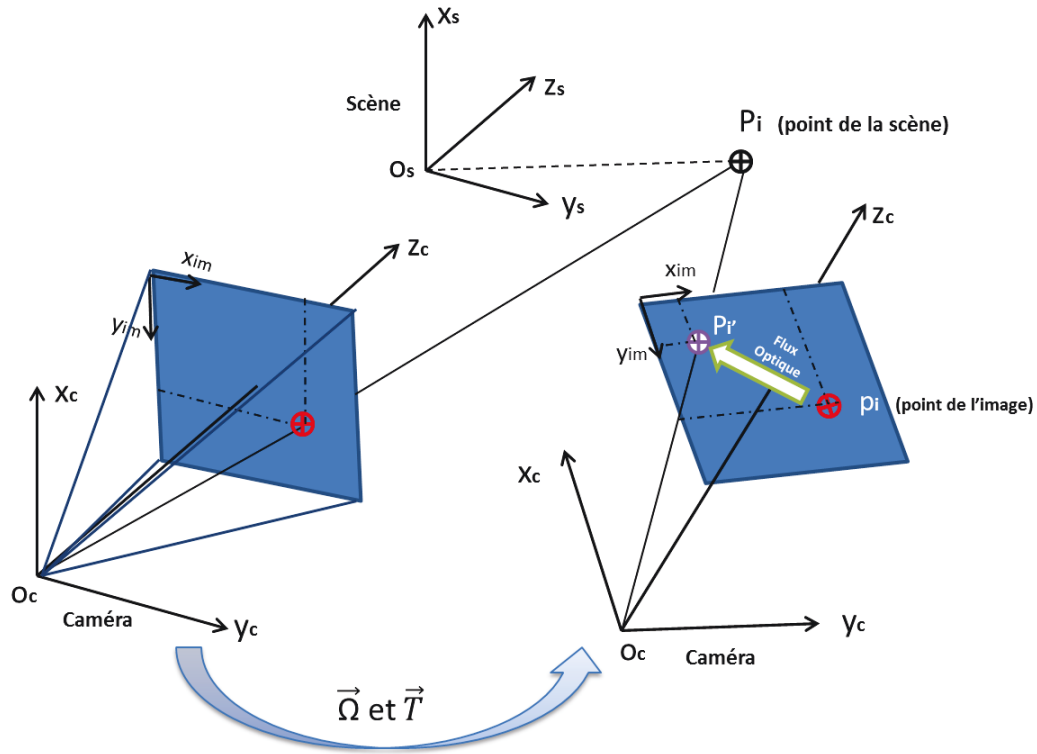


Figure 1.2.8 – Projection perspective d'un point 3D de la scène dans le plan image et flux optique dû au déplacement de la caméra

$$\dot{P}_{P_i/C} = T + \Omega \times P_{P_i/C}$$

La vitesse de la caméra, s'exprime donc par :

$$\dot{P}_{C/S} = -T - \Omega \times P_{P_i/C} \quad (1.2.11)$$

où  $\times$  est le produit vectoriel.

Nous pouvons écrire  $\dot{P}_{P_i/C}$  sous forme vectorielle de la façon suivante :

$$\dot{P}_{P_i/C} = \begin{bmatrix} \dot{X}_{P_i/C} \\ \dot{Y}_{P_i/C} \\ \dot{Z}_{P_i/C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{P_i/C} \\ Y_{P_i/C} \\ Z_{P_i/C} \end{bmatrix} \quad (1.2.12)$$

Soit  $p_{i/C} = [x_i, y_i, z_i]^T$  la projection du point  $P_{P_i/C}$  dans le plan image  $\pi$ , on détermine les coordonnées de  $p_{i/C}$  en appliquant les projections perspectives :

$$x_{p_{i/C}} = f \frac{X_{P_{i/C}}}{Z_{P_{i/C}}}, \quad y_{p_{i/C}} = f \frac{Y_{P_{i/C}}}{Z_{P_{i/C}}}, \quad z_{p_{i/C}} = f \frac{Z_{P_{i/C}}}{Z_{P_{i/C}}} \quad (1.2.13)$$

où  $f$  est la focale de la caméra,  $z_{p_{i/C}} = f$ .

Lors d'un déplacement de la caméra, le point  $p_{i/C}$ , projeté sur le plan image de la caméra, se déplace à une vitesse  $v_{p_{i/C}}$  qui peut être calculée à partir de la relation (1.2.13) :

$$v_{p_{i/C}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{p_{i/C}} \\ \dot{y}_{p_{i/C}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \frac{\dot{X}_{P_{i/C}}}{Z_{P_{i/C}}} - f \frac{X_{P_{i/C}} \dot{Z}_{P_{i/C}}}{Z_{P_{i/C}}^2} \\ f \left( \frac{\dot{Y}_{P_{i/C}}}{Z_{P_{i/C}}} - \frac{Y_{P_{i/C}} \dot{Z}_{P_{i/C}}}{Z_{P_{i/C}}^2} \right) \end{bmatrix} \quad (1.2.14)$$

En remplaçant (1.2.11) dans l'équation (1.2.14) on obtient les équations standards donnant les composantes  $x$  et  $y$  de la vitesse d'un point (flux optique) dans l'image en fonction des coordonnées des points et du mouvement de translation et de rotation voir la Figure 1.2.8 :

$$\dot{x}_{p_{i/C}} = \frac{1}{Z_{P_{i/C}}} \left( -fT_X + x_{p_{i/C}}T_Z \right) + \omega_1 \left( \frac{x_{p_{i/C}}y_{p_{i/C}}}{f} \right) - \omega_2 \left( f + \frac{x_{p_{i/C}}^2}{f} \right) + \omega_3 y_{p_{i/C}} \quad (1.2.15)$$

$$\dot{y}_{p_{i/C}} = \frac{1}{Z_{P_{i/C}}} \left( -fT_Y + y_{p_{i/C}}T_Z \right) - \omega_2 \left( \frac{x_{p_{i/C}}y_{p_{i/C}}}{f} \right) + \omega_1 \left( f + \frac{y_{p_{i/C}}^2}{f} \right) - \omega_3 x_{p_{i/C}} \quad (1.2.16)$$

Ces deux équations résument le lien entre le flux optique et le mouvement  $\Omega$  et  $T$  de la caméra. On peut d'ailleurs en déduire la vitesse linéaire et la vitesse angulaire, voir les méthodes proposées par [Jankovic & Ghosh \(1995\)](#) et par [Kehoe et al. \(2006\)](#). D'autres auteurs exploitent la mesure du flux optique comme [Herisse et al. \(2010\)](#) et [Franceschini et al. \(2007\)](#), dans des boucles d'asservissements, ou dans des capteurs 1D pour gérer les obstacles ou le déplacement de robots mobiles dans des corridors.

Le flux optique représenté par  $\begin{bmatrix} \dot{x}_{p_{i/C}} \\ \dot{y}_{p_{i/C}} \end{bmatrix}$  est calculé en considérant que l'intensité lumineuse se conserve entre deux images successives, c'est une première hypothèse fondamentale, [Horn & Shunck \(1981\)](#), elle se traduit par l'équation suivante :

$$I(x + \delta x, y + \delta y, t + \delta t) = I(x, y, t) \quad (1.2.17)$$

où  $\delta x$  et  $\delta y$  correspondent à des faibles déplacements et pour un temps  $\delta t$  court. Ces hypothèses, permettent de faire un développement en séries de Taylor au 1<sup>er</sup> ordre de  $I(x + \delta x, y + \delta y, t + \delta t)$  autour de  $I(x, y, t)$  :

$$I(x + \delta x, y + \delta y, t + \delta t) = I(x, y, t) + \frac{\partial I}{\partial x} \delta x + \frac{\partial I}{\partial y} \delta y + \frac{\partial I}{\partial t} \delta t + \mathcal{O} \quad (1.2.18)$$

A partir de l'application de la première hypothèse, on obtient l'équation du flux optique sous sa forme différentielle :

$$\frac{\partial I}{\partial x} \delta x + \frac{\partial I}{\partial y} \delta y + \frac{\partial I}{\partial t} \delta t = 0$$

si on divise les termes de cette équation par  $\delta t$ , on obtient :

$$\frac{\partial I}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial t} = 0 \quad (1.2.19)$$

qui se présente aussi sous une autre écriture :

$$I_x \dot{x}_i + I_y \dot{y}_i + I_t = 0$$

où  $I_x = \frac{\partial I}{\partial x}$ ,  $I_y = \frac{\partial I}{\partial y}$  et  $I_t = \frac{\partial I}{\partial t}$  sont les dérivées spatiales et temporelles de l'intensité mesurées au voisinage d'un point  $(x_i, y_i)$  à partir de l'image.

Remarque : cette équation présente deux inconnues  $\frac{\partial x}{\partial t}$  et  $\frac{\partial y}{\partial t}$ , et elle est donc sous-contrainte, c'est un problème connu « le problème d'ouverture » du flux optique voir les travaux de [Beauchemin & Barron \(1995\)](#), et [Barron & Thacker \(2005\)](#).

Pour dépasser ce problème, plusieurs méthodes ont été développées, elles sont réparties en deux catégories :

- Globales pour les méthodes de calcul du flux optique dense, comme celles données par [Horn & Shunck \(1981\)](#).
- Locales comme celles données par [Lucas & Kanade \(1981\)](#).

[Marzat et al. \(2009\)](#), propose une étude comparative des différentes méthodes de calcul du flux optique et traite aussi la possibilité d'implanter ces algorithmes en exploitant les processeurs dédiés aux cartes graphiques, qu'on nomme G.P.U (Graphical Processor Unit). ces derniers ont été introduits dans les consoles de jeux pour améliorer les traitements d'images dans les jeux vidéos.

## Suivi des points basé sur le Flux Optique

La méthode de suivi des points, la plus populaire est celle proposée par Kanade, Lucas et Tomasi, ( [Lucas & Kanade \(1981\)](#) et [Tomasi & Kanade \(1991\)](#)). Cette méthode basée sur le flux optique exploite une estimation itérative de celui-ci.

Les auteurs [Lucas & Kanade \(1981\)](#) relatent l'importance et la qualité des points à suivre et la nécessité d'avoir une méthode de comparaison des deux images successives assez précise pour faire un bon suivi. Les images prises à des instants très proches sont généralement fortement liées les unes aux autres, parce qu'elles se réfèrent à la même scène prises à partir de seulement des points de vue légèrement différents. Les auteurs expriment généralement cette corrélation en disant qu'il existe des motifs d'image qui se déplacent dans un flux d'images. Formellement, cela signifie que la fonction donnant l'intensité en un point donné et en un instant donné  $I(x; y; t)$  n'est pas arbitraire, mais satisfait la propriété suivante :

$$I(x, y, t) = I(x + \delta x, y + \delta y, t + \delta t) \quad (1.2.20)$$

En terme exact, l'image prise à l'instant  $t + \delta t$  peut être obtenue en déplaçant tous les points de l'image prise à l'instant  $t$  avec une quantité appropriée  $d = (\delta x, \delta y)$ , cette quantité représente le déplacement du point en  $X = (x, y)$  entre  $t$  et  $t + \delta t$ , et c'est aussi le flux optique selon  $x$  et  $y$ . La détermination du décalage  $d$  d'un point d'une image à une autre ne peut pas se faire en se basant sur un seul pixel. Au fait, l'intensité d'un pixel peut changer aussi à cause du bruit, et peut être confondue avec les pixels voisins. En conséquence il est pratiquement impossible de savoir où se trouve ce pixel dans l'image suivante à partir seulement des informations locales. A cause de ces problèmes, le suivi ne se fait pas sur un seul pixel mais sur une fenêtre de pixels. L'auteur relate le problème du choix de la taille des fenêtres, qui doit être ni trop large ni trop petite par rapport au déplacement  $d$  prévu. Celui-ci est déterminé en minimisant une fonction d'erreur résiduelle  $\epsilon(d)$  qui s'exprime par :

$$\epsilon(d) = \int_{\mathcal{W}} [I(X - d) - J(X)]^2 w dx \quad (1.2.21)$$

où  $I(X - d) = I(x + \delta x, y + \delta y, t + \delta t)$ , et  $J(X) = I(x, y, t)$ , la variable temps a été omise en considérant la brièveté du déplacement, et  $w$ , est une fonction de pondération. Le modèle image considéré en tenant compte du bruit image  $n$  est le suivant :

$$J(X) = I(X - d) + n(x) \quad (1.2.22)$$

La méthode de suivi des points K.L.T. a été reprise avec une adaptation aux mouvements importants par [Bouguet \(1999\)](#), qui réalise une implémentation pyramidale de la méthode. Ceci lui permet d'estimer un grand déplacement par partie  $d = (\delta x, \delta y)$  et avec une précision sub-pixelique. Il estime de manière itérative le déplacement entre deux images réduites de  $J(X)$  et  $I(X - d)$ , et à chaque itération il estime un petit déplacement sur deux images réduites et déplacée de la quantité estimée précédemment. Cette technique lui permet ainsi d'assurer la condition du développement de Taylor de (1.2.17) pour les petits mouvements tout au long de

la séquence d'images lors d'un mouvement. La description algorithmique de la méthode de suivi basée sur le flux optique (voir Algorithme 1.1), montre aussi que cette méthode de suivi de points est capable de traiter des mouvements importants dans l'image plus important que la taille des fenêtres d'intégrations.

---

**Algorithme 1.1** Implémentation Pyramidale du suivi des points par la méthode de Lucas et Kanade

---

**Début** (suivi d'un point  $u$  de l'image  $I$  dans l'image  $J$ )

- ❑ Créer une représentation pyramidale de  $I$  et  $J$ :  
 $\{I^L\}_{L=0,\dots,L_m}$  et  $\{J^L\}_{L=0,\dots,L_m}$ ,  $L_m=2,3$  ou  $4$
- ❑ Initialiser un terme de prédiction :  
 $g^{L_m} = [g_x^{L_m} \ g_y^{L_m}] = [0 \ 0]^T$
- Pour  $L$  de  $L_m$  à 0 par pas de -1 faire:**
  - ❑ Calculer la position du point  $u$  dans l'image  $I^L$ :  $u^L = [p_x \ p_y]^T = u/2^L$
  - ❑ Dériver l'intensité de  $I^L$  selon  $x$  et  $y \rightarrow I_x(x, y)$  et  $I_y(x, y)$
  - ❑ Calculer la matrice des gradients  $G(I_x, I_y)$ , pour une fenêtre:  $\{w_x, w_y\}$
  - ❑ Initialiser un terme de prédiction du flux optique:  $\vartheta^0 = [\vartheta_x^0 \ \vartheta_y^0] = [0 \ 0]^T$
  - Pour  $k = 1$  à  $K$  par pas de 1 faire (calcul du flux optique):**
    - ❖ Calculer la différence:  $\delta I_k(x, y) = I^L(x, y) - J^L(x + g_x^{L-1} + \vartheta_x^{k-1}, y + g_y^{L-1} + \vartheta_y^{k-1})$
    - ❖ Calculer la disparité:  $\bar{b}_k = \sum_{x=p_x-w_x}^{p_x+w_x} \sum_{y=p_y-w_y}^{p_y+w_y} [\delta I_k(x, y) I_x(x, y)]$
    - ❖ Calculer le flux optique:  $\bar{\eta}^k = G^{-1} \bar{b}_k$
    - ❖ Prédiction pour l'itération suivante:  $\vartheta^k = \vartheta^{k-1} + \bar{\eta}^k$
  - Fin de la boucle sur  $k$**
  - ❑ Calcul du flux optique au niveau  $L$ :  $d^L = \bar{\vartheta}^k$
  - ❑ Prédiction pour le niveau suivant  $L-1$ :  $g^{L-1} = [g_x^{L-1} \ g_y^{L-1}] = 2(g^L + d^L)$
- Fin de la boucle sur  $L$**
- ❑ Calcul du flux optique final:  $d = g^0 + d^0$
- ❑ Prédiction du point dans  $J$ :  $v = u + d$

**Fin**

---

Sundararajan (2011), propose une méthode de suivi des points et des segments de contours, l'avantage de cette méthode unifiée points-segments, est son adaptation aux environnement d'intérieur, moins riche en texture et en points robustes. Ces environnement artificiels sont par contre riches en caractéristiques de type lignes voir la Figure 1.3.2. Dans le paragraphe qui suit nous allons décrire quelques méthodes de suivi des lignes et leurs applications dans la reconstitution du mouvement.

### 1.2.3.2 Suivi des lignes

Nous allons aborder les solutions possibles pour répondre à une problématique qui rentre dans le cadre général de l'estimation du mouvement d'un objet rigide équipé d'un système projectif type caméra. La problématique soulevée est comment détecter et suivre des droites de l'environnement représentées en 2D dans une séquence d'images où elles peuvent apparaître? Si on analyse le problème, l'hypothèse invraisemblable est que pour chaque image, nous devons localiser les droites sélectionnées dès la première image et extraire des informations liées aux paramètres représentatifs de ces droites dans le plan image.

Les droites sont issues d'une projection de motifs texturés correspondants à des lignes ou à des segments présents réellement dans l'environnement, ces motifs présents dans une scène sont le résultat de phénomènes physiques divers comme la réflexion, les changements d'illumination, le passage d'un plan à un autre voir les travaux de [Ayache & Lustman \(1991\)](#). Dans notre démarche pour proposer une solution à cette problématique, nous mettons tout d'abord en revue la définition et la représentation d'une droite dans l'espace 3D, et puis la représentation en 2D dans le plan image du système projectif, ainsi nous introduirons la représentation des droites de l'espace par les coordonnées Plückériennes présentées par [Andreff \*et al.\* \(2000\)](#) et [Deriche & Faugeras \(1990\)](#), coordonnées plus adaptées pour la représentation des droites dans l'espace 3D.

La mise en place d'un processus de suivi des caractéristiques images dans notre cas les lignes, consiste dans la capacité qu'a un système à retrouver ces mêmes caractéristiques dans les images successives, ces caractéristiques sont identifiées au préalable dans une première image, nous avons retenues les lignes résultats de la projection des points et lignes physiques contenus dans les champs visuels d'un système de capture d'image. Ces systèmes sont par exemple les caméras classiques équipées de modules optiques spécifiques, où les cellules rétiniennes artificielles développées par [Franceschini \*et al.\* \(2007\)](#) et [Floreano \*et al.\* \(2011\)](#).

Dans le cadre de cette thèse on s'intéresse plus, au mouvement de la caméra et du support qui la porte, on posera de façon générale que c'est un objet-rigide dont le repère coïncide avec le repère de la caméra. Notre objectif dans le suivi des lignes ou des points capturés à partir du champ visuel de l'espace 3D est de retrouver la transformation produite par le mouvement réalisé. La relation entre la vision et le mouvement se retrouve déjà dans la nature dans le fonctionnement biologique de la vision chez les différentes espèces animales, un exemple bien traité et qui inspire les automaticiens en robotique mobile et volante basé sur la vision, c'est l'aptitude des insectes à se déplacer, éviter les obstacles, se poser sur un support, adapter leurs vitesses de progressions pour suivre les proies pour les chasser, et bien d'autres mystères (voir [Burns \*et al.\* \(1986\)](#), [Deriche & Faugeras \(1990\)](#), [Bartoli & Sturm \(2005\)](#), [Franceschini \*et al.\* \(2007\)](#), [Kendoul \*et al.\* \(2009a\)](#), [MEI & MALIS](#)



(2006) et Floreano *et al.* (2011)).

La projection du champ de vision lors des déplacements du capteur caméra consiste dans un gradient d'intensité apparent dans le plan image, il est défini par un flux optique, voir Faugeras (1990); Herisse *et al.* (2010); Horn & Shunck (1981); McCarthy & Barnes (2004), ce dernier comme on le verra par la suite regroupe en partie un mouvement angulaire et un mouvement linéaire inversement proportionnel à la profondeur. Celle-ci est définie comme la distance moyenne des primitives identifiées et sélectionnées par rapport à l'origine du repère lié au système projectif. En plus de l'apport du flux optique pour déterminer le mouvement, les lois cinématiques introduites en astronomies par Shuster (1989), vont nous permettre de proposer des solutions complémentaires basées vision et centrale inertielle (Seba *et al.* (2014)). Ces lois ont été largement utilisés dans le suivi des positions des vecteurs et de leurs mouvements à partir des données issues de capteurs inertiels ou en se basant sur le suivi de la position du soleil ou des étoiles.

Toscani *et al.* (1988), décrivent l'implémentation d'une méthode de suivi des lignes connue sous le nom de « Token Tracker ». Cette méthode se base sur une combinaison d'une prédiction de la zone de recherche et d'un processus de mise en correspondance (Line Matching). Dans l'étape de prédiction, l'auteur utilise un filtre de Kalman pour retrouver les lignes dans les images successives et définir la zone de recherche pour restreindre la zone de mise en correspondances des lignes. Celle-ci est réalisée en utilisant une fonction de similarité basée sur des caractéristiques robustes de la ligne. Les auteurs affirment que le choix d'utiliser le filtre de Kalman permet de corriger les effets des occlusions et des perturbations qui peuvent se produire lors des séquences d'images. Cuevas (2005), propose une synthèse des avantages de l'utilisation des filtres de Kalman.

Chehikian *et al.* (1989), proposent une étude de l'implémentation du processus de suivi des lignes, autour d'un DSP. Les tests sont réalisés sur des images collectées par une caméra en mouvement décrivant un cercle autour d'un objet.

Deriche & Faugeras (1990), proposent une analyse basée sur les matrices de covariance, pour choisir la représentation des lignes la plus adéquate parmi celles proposées. Rosten & Drummond (2005), proposent une méthode de suivi basée sur une combinaison de points et de lignes, exploitant un détecteur rapide ( $\sim 400\text{Hz}$ ), décrit par Rosten & Drummond (2006), les auteurs envisagent une utilisation en temps réel. Plus récemment Neubert *et al.* (2008), propose une méthode de suivi de lignes qui reprend les idées développées par Harris & Stephens (1988), les paramètres des lignes suivies sont les points des extrémités des lignes.

Vieville (1990), établit les équations de mouvement pour des lignes 3D qui se déplacent de manière rigide, et les équations de la structure qui se rapportent à la mise en correspondance temporelle des lignes 2D dans trois images consécutives dans une séquence d'images. L'auteur analyse également en détail la stabilité

numérique de ces estimations. Le travail couvert par cet article est une suite du travail de [Navab et al. \(1990\)](#). Par rapport à l'étude de [Toscani et al. \(1988\)](#), où un problème similaire a été étudiée, l'auteur profite du fait que les images sont très proches, alors que la rotation entre deux images peut être approchée par un simple produit en croix. L'auteur obtient alors des équations linéaires, et ainsi il étudie en détails la précision de la méthode proposée. En outre, dans le cadre de ce travail, il s'agit des lignes support des segments, à la place de leurs extrémités, ou d'autres points d'intérêt. Les lignes sont considérées comme des primitives géométriques moins bruyantes dans une image, car elles sont estimées à partir de plusieurs points, et correspondent aux caractéristiques reconnaissables dans l'environnement visuel. Les méthodes de suivi de lignes et de points passées en revue dans cette première partie seront exploitées pour mettre en œuvre une nouvelle méthode qui sera présentée dans le chapitre 2 consacré au suivi de lignes.

## 1.3 Représentation de la pose d'un corps rigide en mouvement 3D

### 1.3.1 Modèle cinématique et dynamique

Le mouvement d'un corps rigide dans l'espace 3D est composé d'un mouvement de rotation et d'un mouvement de translation. On note par  $\{\mathcal{I}\}$ , le repère inertiel attaché à l'espace 3D et par  $\{\mathcal{B}\}$ , le repère local attaché au corps rigide. Le mouvement de rotation permet de déterminer l'orientation du corps-rigide dans l'espace 3D. Ceci représente aussi l'orientation du repère mobile  $\{\mathcal{B}\}$  par rapport au repère inertiel  $\mathcal{I}$  qu'on appelle souvent attitude. La représentation de l'attitude par une matrice de rotation,  $R$ , définit une paramétrisation unique, globale et non-singulière (voir [Shuster & OH \(1981\)](#)). La matrice de rotation est un élément du groupe orthogonal spécial  $SO(3)$  avec  $SO(3) = \{R \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \mid R^T R = R R^T = I, \det(R) = 1\}$  où  $I$  est la matrice identité de dimension 3-par-3. Une autre paramétrisation globale et non singulière de l'attitude est décrite par le quaternion unitaire  $Q$  qui est un élément de  $\mathbb{S}^3 = \{Q = (q_0, q), q_0 \in \mathbb{R}, q \in \mathbb{R}^3, q_0^2 + q^T q = 1\}$ . Les deux représentations  $Q \in \mathbb{S}^3$  et  $R \in SO(3)$  sont reliées entre elles à travers l'application  $\mathcal{R} : \mathbb{S}^3 \rightarrow SO(3)$  donnée par la formule de Rodrigues suivante :

$$\mathcal{R}(Q) = I + 2S(q)^2 + 2q_0 S(q) = R, \quad (1.3.1)$$

où  $S(q) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  est la matrice antisymétrique dotée des propriétés suivantes pour  $x, y \in \mathbb{R}^3$  :

$$\begin{cases} S(x)y &= -S(y)x = x \times y, \\ S(S(x)y) &= S(x)S(y) - S(y)S(x) \\ S(x)^2 &= xx^T - x^T x I_{3 \times 3}, \\ S(Rx) &= RS(x)R^T, \end{cases} \quad (1.3.2)$$

avec  $\times$  représentant l'opérateur du produit vectoriel.

En utilisant la matrice de rotation, l'équation cinématique décrivant le mouvement de rotation du corps rigide est donnée par :

$$\dot{R} = RS(\omega) \quad (1.3.3)$$

où  $\omega$  correspond à la vitesse angulaire d'un corps rigide exprimée dans le repère local  $\mathcal{B}$ . L'équation cinématique (1.3.3) peut être écrite en utilisant la représentation par le quaternion unitaire comme suit :

$$\dot{Q} = \begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}q^T \omega \\ \frac{1}{2}(q_0 I + S(q))\omega \end{bmatrix} \quad (1.3.4)$$

Le mouvement de translation dans le repère inertiel  $\mathcal{I}$  est donné par les équations de Newton :

$$\begin{cases} \dot{p}_{\mathcal{I}} &= v_{\mathcal{I}} \\ m\dot{v}_{\mathcal{I}} &= RF_{\mathcal{B}} + mge_3 \end{cases} \quad (1.3.5)$$

où  $p_{\mathcal{I}}$ ,  $v_{\mathcal{I}}$  représentent respectivement les vecteurs position et vitesse du centre de masse du corps rigide exprimés dans le repère inertiel et  $F_{\mathcal{B}}$  correspond à la somme des forces extérieures non gravitationnelles appliquées au corps rigide, de masse  $m$ , dans le repère mobile.  $e_3^T = (0, 0, 1)$  et  $g$  est l'accélération de la gravité.

Ainsi, la pose d'un corps rigide qui représente l'orientation et la position de son centre de masse dans l'espace peut donc être décrite en utilisant le système regroupant les équations (1.3.3) et (1.3.5), comme suit :

$$\begin{cases} \dot{R} &= RS(\omega) \\ \dot{p}_{\mathcal{I}} &= v_{\mathcal{I}} \\ \dot{v}_{\mathcal{I}} &= a_{\mathcal{I}} + ge_3 \end{cases} \quad (1.3.6)$$

où  $a_{\mathcal{I}}$  correspond à l'accélération apparente du corps rigide dans le repère inertiel  $\mathcal{I}$ .

L'équation (1.3.6) peut être écrite pour décrire le mouvement du corps rigide dans le repère mobile  $\mathcal{B}$  en considérant les relations  $p_{\mathcal{B}} = R^T p_{\mathcal{I}}$  et  $v_{\mathcal{B}} = R^T v_{\mathcal{I}}$ , comme suit :

$$\begin{cases} \dot{R} &= RS(\omega) \\ \dot{p}_{\mathcal{B}} &= v_{\mathcal{B}} - S(\omega)p_{\mathcal{B}} \\ \dot{v}_{\mathcal{B}} &= -S(\omega)v_{\mathcal{B}} + R^T a_{\mathcal{I}} + gR^T e_3 \end{cases} \quad (1.3.7)$$

### 1.3.2 Représentation d'une ligne 3D dans l'image

Considérons un corps rigide équipé d'une caméra en mouvement dans l'espace 3D. On note  $\{\mathcal{I}\}$ , le référentiel inertiel attaché à l'environnement et  $\{\mathcal{B}\}$  le référentiel lié au corps rigide mobile. Nous considérons ici une caméra standard « modèle sténopé » où la projection en perspective décrit la relation entre un point 3D de l'environnement et sa projection en 2D dans le plan de l'image voir la Figure 1.3.1. On considère que le centre de la projection en perspective (point focal) coïncide avec l'origine du repère  $\{\mathcal{B}\}$  et que l'axe optique est aligné avec l'axe  $z$  du repère  $\mathcal{B}$  lié à la caméra. L'utilisation de la caméra nous permet d'utiliser des informations issues d'une séquence d'images afin de décrire le mouvement de la caméra et ainsi le mouvement du corps rigide dont elle est solidaire. Le suivi du mouvement des caractéristiques de l'image tels que les points et les segments de lignes à travers une séquence d'images peut être appliqué dans ce cas.

La relation entre un point  $P_{M3D}(X_M, Y_M, Z_M)$  de l'espace 3D (scène) et son correspondant  $p_{m2D}(x_m, y_m)$  obtenu par une projection en perspective à l'intérieur du plan image  $\pi$  comme le montre la Figure 1.3.1, peut être écrite comme suit :

$$x_m = f \frac{X_M}{Z_M}, \quad y_m = f \frac{Y_M}{Z_M} \quad (1.3.8)$$

ou  $f$  représente la distance focale de la caméra.

Soit la ligne  $d_i$  définie dans l'espace 3D comme présentée dans la Figure 1.3.1, sa projection dans le plan image correspond à la ligne  $l_i$ , résultat de l'intersection du plan image  $\pi$  et le plan  $\pi_l$  défini par le point focal  $O_c$  de la caméra et la ligne  $d_i$ . La ligne  $l_i$  se trouvant dans le plan image peut être décrite en fonction de ses coordonnées  $(x_m, y_m)$ , par l'équation suivante :

$$\alpha x_m + \beta y_m + \gamma = 0 \quad (1.3.9)$$

A partir de la relation (1.3.9), on peut obtenir le vecteur  $N = (\alpha, \beta, \gamma)^T$  qui est perpendiculaire à la ligne  $l_i$  et donc perpendiculaire au plan de projection  $\pi_l$ . La valeur normalisée  $n = \frac{N}{\|N\|}$  est la normale au plan de projection voir la Figure 1.3.1. Ainsi, à partir des mesures des caractéristiques de la ligne  $l_i$ , on peut déterminer les paramètres  $\alpha, \beta, \gamma$  du vecteur normal  $N$ .

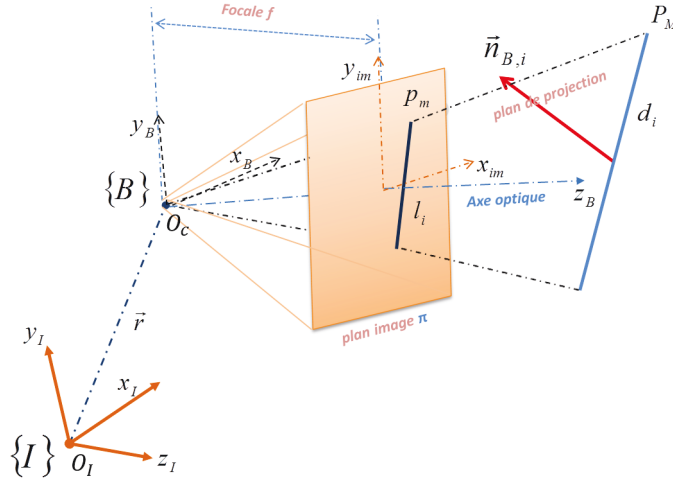


Figure 1.3.1 – Projection en perspective d'une droite fixe de l'environnement

Soit le point  $P$  représenté par  $x_{\mathcal{I}}$  formé par ces coordonnées dans le repère inertiel  $\{\mathcal{I}\}$  et par  $x_{\mathcal{B}}$  ces coordonnées dans le repère mobile  $\{\mathcal{B}\}$ . Ces deux vecteurs sont reliés via la matrice de rotation  $R$  comme suit :

$$x_{\mathcal{B}} = R^T(x_{\mathcal{I}} - r_{\mathcal{I}}) \quad (1.3.10)$$

ou  $r_{\mathcal{I}}$  est un vecteur qui est défini à partir de l'origine du repère inertiel voir la Figure 1.3.2. En effet, tout vecteur  $u_{\mathcal{I}}$  exprimé dans le repère inertiel est lié à son vecteur correspondant  $u_{\mathcal{B}}$  dans le repère mobile  $\{\mathcal{B}\}$  par la relation :

$$u_{\mathcal{B}} = R^T u_{\mathcal{I}} \quad (1.3.11)$$

Soit la ligne  $d_i$ , définie précédemment est représentée dans le repère inertiel par un vecteur de direction  $u_{\mathcal{I}}$  voir la Figure 1.3.2. Cette ligne peut être représentée dans le repère mobile  $\mathcal{B}$  par l'équation suivante :

$$x_{\mathcal{B}} = x_{\mathcal{B}0} + \lambda u_{\mathcal{B}}, \quad (1.3.12)$$

où  $u_{\mathcal{B}}$  est un vecteur de direction de la droite  $d$  exprimée dans  $\mathcal{B}$  sachant que  $u_{\mathcal{B}} = R^T u_{\mathcal{I}}$  et  $x_{\mathcal{B}0}$  est un point quelconque de la ligne  $d_i$ . Le paramètre  $\lambda \in \mathbb{R}$  est un facteur d'échelle. A partir de l'équation (1.3.12), on peut avoir la relation suivante :

$$(x_{\mathcal{B}} - x_{\mathcal{B}0}) \times u_{\mathcal{B}} = 0 \quad (1.3.13)$$

La droite  $d_i$  peut être représentée par un couple de coordonnées de Plücker  $(u_B, n_B)$ , où le vecteur  $n_B$  est normal au plan  $(x_B, x_{B0})$ , défini par la ligne  $l_i$  et l'origine du repère  $\{B\}$ . Alors, on peut écrire :

$$n_B = x_{B0} \times u_B \quad (1.3.14)$$

Le vecteur direction  $u_B$  de la droite  $d_i$  est perpendiculaire au vecteur  $n_B$  normal au plan  $(x_B, x_{B0})$ , ainsi on obtient la relation suivante :

$$u_{\mathcal{I}}^T n_{\mathcal{I}} = 0 \quad (1.3.15)$$

A partir de l'équation cinématique (1.3.3), la dérivée du vecteur de direction  $u_B$  est donnée par :

$$\dot{u}_B = u_B \times \omega \quad (1.3.16)$$

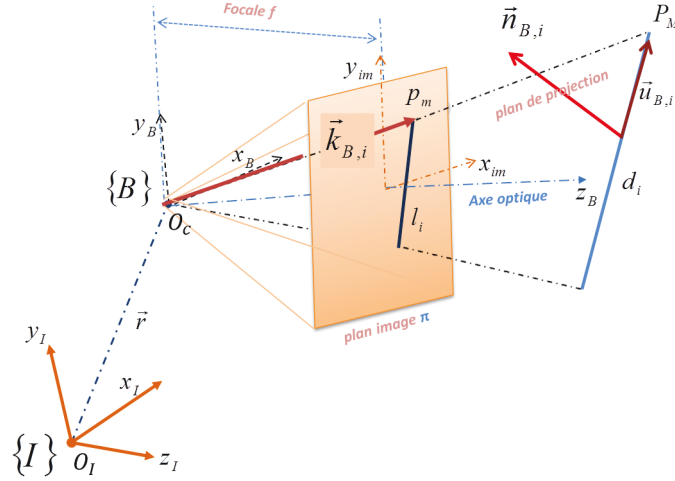


Figure 1.3.2 – Représentation d'une ligne dans l'espace 3D en coordonnées de Plücker  $(u, n)$

Par ailleurs, la dérivée de l'équation (1.3.15) donne :

$$\dot{u}_B^T n_B + u_B^T \dot{n}_B = 0 \quad (1.3.17)$$

En utilisant le même argument que celui donné par Faugeras (1990), on peut déterminer le vecteur direction  $u_B$  de la ligne  $l_i$  en fonction du vecteur normal  $n_{\mathcal{I}}$  et de sa dérivée ainsi que de la vitesse angulaire  $\omega$  comme suit :

$$u_B = n_B \times (n_B \times \omega + \dot{n}_B) \quad (1.3.18)$$

Pour le vecteur vitesse  $\dot{n}_{\mathcal{B}}$  peut être obtenu en dérivant l'équation (1.3.14) comme suit :

$$\begin{aligned}\dot{n}_{\mathcal{B}} &= \dot{x}_{\mathcal{B}0} \times u_{\mathcal{B}} + x_{\mathcal{B}0} \times \dot{u}_{\mathcal{B}} \\ &= (x_{\mathcal{B}0} \times \omega - v_{\mathcal{B}}) \times u_{\mathcal{B}} + x_{\mathcal{B}0} \times (u_{\mathcal{B}} \times \omega) \\ &= u_{\mathcal{B}} \times v_{\mathcal{B}} + (x_{\mathcal{B}0} \times u_{\mathcal{B}}) \times \omega\end{aligned}$$

En utilisant (1.3.14), on obtient :

$$\dot{n}_{\mathcal{B}} = u_{\mathcal{B}} \times v + n_{\mathcal{B}} \times \omega \quad (1.3.19)$$

où  $v_{\mathcal{B}}$  représente la vitesse linéaire du corps rigide dans le repère mobile  $\{\mathcal{B}\}$ .

On remarque à partir des équations (1.3.16) et (1.3.19) que le vecteur direction  $u_{\mathcal{B}}$  de la ligne observée  $d$  ne dépend que du mouvement de rotation exprimé par le vecteur vitesse angulaire  $\omega$ , alors que le vecteur normal  $n_{\mathcal{B}}$  dépend aussi du mouvement de translation exprimé par la vitesse  $v_{\mathcal{B}}$ .

### 1.3.3 Estimation de la pose

L'estimation de la pose est étroitement liée au mouvement d'un corps mobile souvent supposé comme corps rigide. L'estimation concerne donc le mouvement de rotation et de translation de ce corps rigide. Le mouvement de rotation qui est représenté par la matrice de rotation ou tout simplement par les angles d'Euler (roulis, tangage et lacet) est largement étudié dans la littérature (voir Wahba (1966); Markley (1981); Shuster & OH (1981); Cohen (1992); Crassidis & F.L. (2003); Crassidis *et al.* (2007); Mahony *et al.* (2008); Bonnabel *et al.* (2009); El Hadri & Benallegue (2009); Bras *et al.* (2011); Tayebi *et al.* (2011)). Une revue des différentes méthodes d'estimation de l'attitude est présentée par Crassidis *et al.* (2007). La majorité de ces méthodes utilise les mesures directes des vecteurs inertiels tels que les accéléromètres, magnétomètres, tête optique de suivie d'étoiles (star-tracker), capteurs optique, etc. Il est connu qu'il faut au moins la mesure de deux vecteurs inertiels non colinéaires pour pouvoir déterminer l'attitude.

Ce problème de détermination de l'attitude a été posé et connu sous le nom du problème de Wahba (voir Wahba (1966)). Plusieurs méthodes algébriques pour la détermination de l'attitude ont été proposées souvent sous forme d'algorithmes pour des solutions optimales (voir Wahba (1966); Shuster (1978); Shuster & OH (1981)). D'autres méthodes proposaient des solutions basé sur le filtre de Kalman (voir Markley (1981); Crassidis & F.L. (2003)). Des méthodes plus récentes proposent des solutions utilisant les techniques des systèmes non linéaires et observateurs en fusionnant les mesures de vecteurs inertiels avec les mesures des gyromètres voir aussi GPS (voir Cohen (1992); Bonnabel *et al.* (2009); Mahony

*et al.* (2008); El Hadri & Benallegue (2009); Martin & Salaun (2010); Hua (2010); Tayebi *et al.* (2011); Batista *et al.* (2012); Benziane *et al.* (2012); Ahmad *et al.* (2012)). D'autres auteurs proposent aussi des solutions intégrant aussi l'estimation de la position par fusion des mesures directes des vecteurs inertiels avec des données GPS ou capteurs optique ou laser (voir Roberts & Tayebi (2012)).

Les méthodes d'étude du mouvement avec une combinaison des capteurs visuels et inertiels ont fait l'objet de plusieurs travaux (voir Rehbinder & Ghosh (2003); Corke *et al.* (2007); Kendoul *et al.* (2007); Achtelik *et al.* (2009); Kendoul *et al.* (2009b,a); Chowdhary *et al.* (2013)). Parmi ces méthodes on peut citer celle proposée par Corke *et al.* (2007) qui traite de la fusion de données et son application pour renforcer la représentation du mouvement en robotique. Souvent, pour la commande de la position et de l'orientation de robots, par exemple dans le cas des U.A.V., ou le G.P.S. est remplacé par la vision quand le signal G.P.S. est indisponible à l'intérieur d'un bâtiment « indoor » ou dans un environnement urbain (voir Achtelik *et al.* (2009); Chowdhary *et al.* (2013)).

Navab & Zhang (1993), proposent un algorithme itératif basé sur la fusion de données visuelles pour reconstruire le mouvement d'un robot mobile. Cet algorithme utilise un processus spatiotemporel dynamique pour la mise en correspondance par vision stéréo. Une revue des différentes techniques pour reconstruire le mouvement des corps rigides en se basant le suivi des caractéristiques de l'image est présenté par Huang & Netravali (1994). Jankovic & Ghosh (1995), propose un observateur pour l'estimation de la profondeur en se basant sur le suivi des points et en supposant connue le mouvement de la caméra (vitesse et rotation). Un algorithme d'estimation du mouvement propre basé sur l'utilisation d'une centrale inertielle et la vision est proposé par Makadia & Daniilidis (2005).

Dans Kessler *et al.* (2010), une méthode d'estimation de l'attitude dans un environnement "indoor" pour la navigation est proposée en se basant sur l'utilisation des points de fuites "vanishing points" et des lignes de fuites. Achtelik *et al.* (2011), présente un exemple d'utilisation de capteurs inertiel et visuel pour le contrôle et le pilotage des micro-UAVs. Kendoul *et al.* (2009b), proposent un auto-pilote pour micro-UAVs équipés de caméra basse résolution et de centrale inertielle bas cout. L'auto-pilote proposé est basé principalement sur l'utilisation du flux optique pour la localisation en vol, le guidage et le pilotage. Un algorithme basé sur l'utilisation de filtre de Kalman par fusion données visuelles et inertiels est proposé pour une meilleur estimation du flux optique et pour une implémentation embarqué temps réel. Une extension du contrôleur basé flux optique pour un contrôle adaptatif par vision utilisant un odomètre est proposé par Kendoul *et al.* (2009a).

Rehbinder & Ghosh (2003), proposent une nouvelle méthode pour estimer la pose d'un corps rigide basé sur un observateur non linéaire utilisant la fusion de données issues de capteurs visuels et inertiels. Les données visuelles considérées



correspondent à des mesures implicites des vecteurs direction des lignes fixes dans le repère inertiel en se basant sur le suivi des lignes. La méthode proposée permet de découpler le mouvement de rotation de celui de la translation. Dans cette étude, une analyse d'observabilité du système dynamique de l'attitude utilisant des mesures implicites des vecteurs direction des lignes a été proposée en imitant l'analyse d'observabilité standard d'un système linéaire mais réalisée en manipulant des matrices complexes. Cette analyse d'observabilité a été revisitée et simplifiée par [Wu et al. \(2006\)](#) où l'auteur utilise plutôt une représentation par les quaternions de la rotation. On s'inspirera principalement des travaux de [Rehbinder & Ghosh \(2003\)](#), pour proposer dans les chapitre 3 et 4, de nouvelles structures d'observateurs pour l'estimation de l'attitude et la position relative ainsi que la vitesse d'un corps rigide en tenant comptes des bruits de mesures et biais affectant les données fournit par les capteurs.

## 1.4 Conclusion

Dans ce chapitre ont été présentées les principales méthodes pour le suivi des caractéristiques (points et lignes) des images et les méthodes d'estimation de la pose (position et orientation) basées principalement sur la vision. Les méthodes d'identification et de suivi des primitives dans une séquence d'images, sont passées en revues, ainsi que les techniques décrivant le lien entre l'image et le mouvement comme par exemple la méthode du flux optique. Dans la deuxième partie, la caractérisation, les équations du mouvement 3D d'un corps rigide, ainsi que la représentation de la projection d'une ligne 3D dans une image 2D, ont été présentés. Certaines méthodes décrivant la reconstitution du mouvement d'un corps rigide, en occurrence sa position et son orientation, à partir de l'utilisation des données visuelles ont été revues brièvement. Les méthodes de suivi des primitives d'images ainsi que les techniques de reconstitution du mouvement seront explorées dans les chapitres suivants afin d'élaborer et proposer de nouvelles techniques.

# Chapitre 2

## Suivi de lignes dans une séquence d'images

### 2.1 Introduction

Ce chapitre est consacré principalement au problème du suivi de lignes dans une séquence d'images. Dans la littérature on trouve beaucoup de travaux sur la détection des lignes (voir par exemple :[Fernandes & Oliveira \(2008\)](#); [Harris & Stephens \(1988\)](#); [Akinlar & Topal \(2011\)](#); [von Gioi \*et al.\* \(2010a\)](#); [Hadj-Abdelkader \*et al.\* \(2006\)](#); [Kessler \*et al.\* \(2010\)](#), etc.) mais très peu concernant le suivi dans une séquence d'images [Toscani \*et al.\* \(1988\)](#); [Chehikian \*et al.\* \(1989\)](#); [Deriche & Faugeras \(1990\)](#); [Faugeras \(1990\)](#). L'un des algorithmes de suivi de lignes le plus utilisé est celui proposé par [Toscani \*et al.\* \(1988\)](#), appelé "Token Tracker". Il a été souvent appliqué dans la reconstruction 3D d'une scène [Toscani \*et al.\* \(1988\)](#); [Navab \*et al.\* \(1990\)](#); [Crowley \*et al.\* \(1992\)](#); [Navab & Zhang \(1993\)](#). Cet algorithme basé sur la détection des lignes et la mise en correspondance à partir d'une prédiction par filtre de Kalman va nous servir pour une comparaison avec notre approche. Afin de comprendre les différences entre les deux approches, nous commencerons par décrire brièvement cet algorithme avant de présenter notre nouvelle méthode. Cette dernière réalise le suivi de lignes dans la séquence d'images à l'aide du flux optique. Pour compenser la dérive apparente due au flux optique lors d'une longue séquence d'images, une correction est appliquée. Elle est basée sur une détection des points dans une zone autour des points prédits par le flux optique et une minimisation utilisant le critère de distance Euclidienne afin d'améliorer la mise en correspondance. Les résultats des deux méthodes, "Token Tracker" et celle proposée, sont présentés aussi bien avec des images réelles qu'avec des images de synthèses.

## 2.2 Méthode du "Token Tracker"

L'algorithme de suivi de lignes appelé "Token Tracker", proposée par [Toscani et al. \(1988\)](#) est décrit globalement par la Figure 2.2.1. Il est basé principalement sur le suivi de l'évolution de quatre paramètres représentatifs de la droite voir Tableau (2.1). Ainsi une détection des lignes dans une image est réalisée initialement puis le suivi est basé sur une prédiction par un filtre de Kalman appliqué à chaque paramètre d'une ligne. Une correction est réalisée par une nouvelle détection de lignes dans l'image suivante et mise en correspondance selon des critères basés sur la colinéarité, le chevauchement et la similarité (2.1).

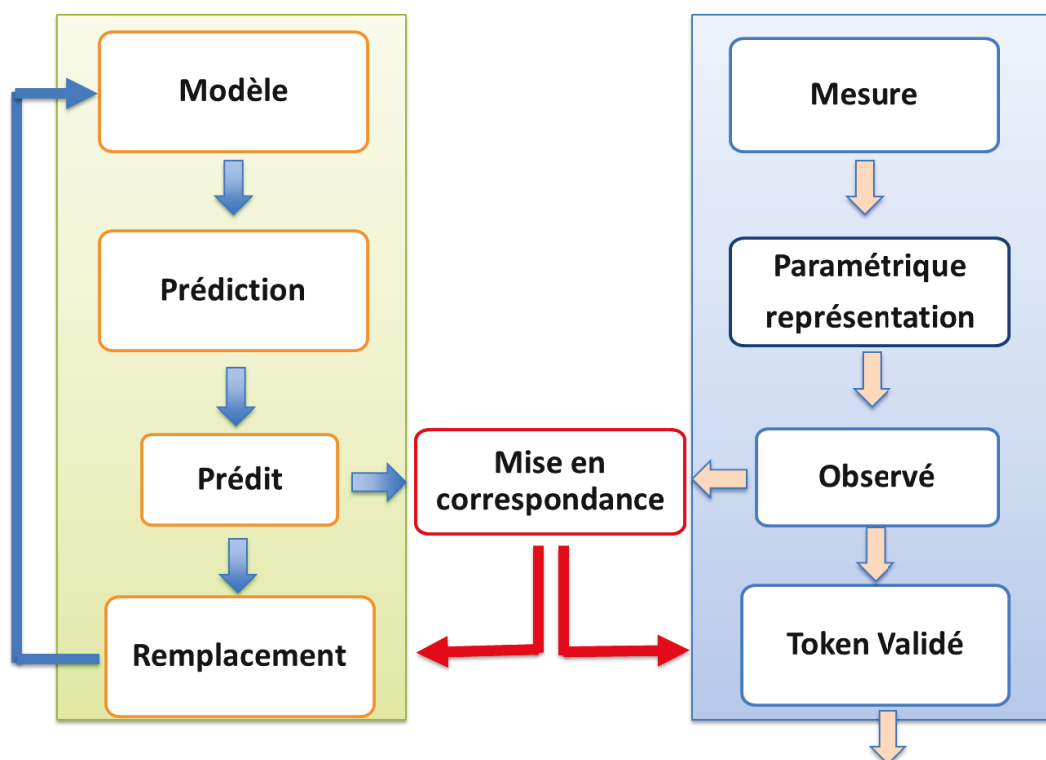


Figure 2.2.1 – Le processus de suivi des lignes adopté dans la méthode « Token Tracker »

Les auteurs [Chehikian et al. \(1989\)](#) [Deriche & Faugeras \(1990\)](#), proposent une représentation d'une ligne par quatre paramètres  $[c, d, \theta, l]^T$  présentés dans le Tableau (2.1). Ces paramètres correspondent à des caractéristiques géométriques de la ligne dans le plan image voir la Figure 2.2.2. Ils sont calculés à partir de deux points ( $P_1(x_1, y_1)$  et  $P_2(x_2, y_2)$ ) qui définissent les deux extrémités d'une ligne  $l_i$  de l'image.

Token Tracker	
paramètre de la ligne	expressions
orientation	$\theta = \arctan(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1})$
longueur	$l = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
distance du point milieu	$d = \frac{(x_2 - x_1)(x_2 + x_1) + (y_2 - y_1)(y_2 + y_1)}{2L}$
distance origine	$c = \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{L}$

TABLE 2.1 – Les paramètres d'une ligne selon l'algorithme du "Token Tracker"

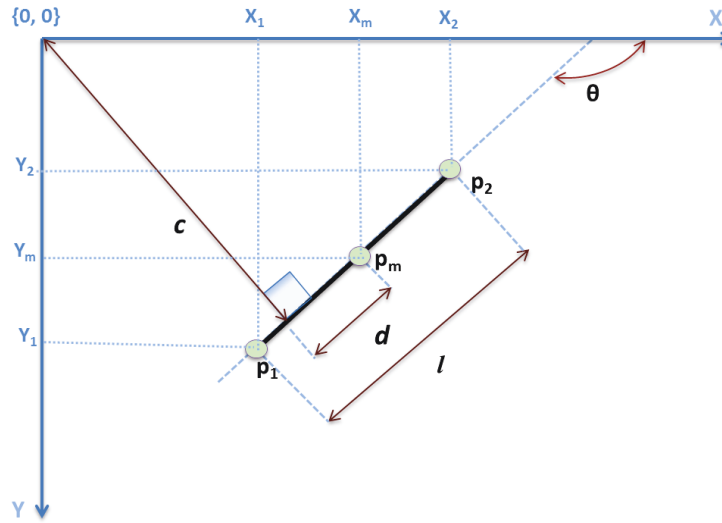


FIGURE 2.2.2 – Représentation d'une ligne

La méthode du "Token Tracker" présentée dans sa version originale selon [Toscani et al. \(1988\)](#) est résumée dans l'Algorithme 2.1. Dans l'étape une, les paramètres des lignes détectées et sélectionnées sont calculés tout en fixant un facteur de confiance (CF) et affectant à la ligne correspondante un label ou identifiant (ID). Dans la deuxième étape, pour chaque ligne sélectionnée dans l'image à l'instant  $k$ , une prédiction de son déplacement est calculée dans l'image suivante à l'instant  $k + 1$  par un filtre de Kalman et une zone de recherche pour la mise en correspondance est déterminée. Dans l'étape trois, une nouvelle détection de lignes est réalisée et une mise en correspondance entre ces lignes et celles issues de la prédiction en se basant sur des critères géométriques. Ainsi, la ligne qui valide l'ensemble des critères géométriques est sélectionnée comme ligne à suivre dans l'image suivante à l'instant  $k + 2$ .

---

**Algorithm 2.1** Algorithme de suivi de lignes selon la méthode « Token Tracker »

---

1. Pour chaque ligne  $l_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) détectée dans l'image  $I_k$  ( $k$  est l'indice d'itération), calculer les paramètres suivants:
  - a)  $c(l_i)$ ,  $c'(l_i)$ ,  $\sigma_c^2$ ,  $\sigma_{cc'}$ ,  $\sigma_{c'}^2$ ,  $c$  est le paramètre de la ligne  $l_i$ ,  $c'$  est sa dérivée première, et puis la covariance du paramètre et sa dérivée
  - b)  $d(l_i)$ ,  $d'(l_i)$ ,  $\sigma_d^2$ ,  $\sigma_{dd'}$ ,  $\sigma_{d'}^2$
  - c)  $\theta(l_i)$ ,  $\theta'(l_i)$ ,  $\sigma_\theta^2$ ,  $\sigma_{\theta\theta'}$ ,  $\sigma_{\theta'}^2$
  - d)  $h(l_i)$ ,  $h'(l_i)$ ,  $\sigma_h^2$ ,  $\sigma_{hh'}$ ,  $\sigma_{h'}^2$

Compléter la représentation en définissant le type, et en fixant le facteur de confiance CF {entre 1 et 5}, et en affectant à la ligne une identité ou un label ID:

- a) Type: [ Observed, Fixed ou Movable]
  - b) CF, Confidence Factor
  - c) ID, identity
2. Prendre un modèle de ligne  $l_i(k)$  dans l'image  $k$ , prédire le déplacement de la ligne dans l'image suivante  $k + 1$  : prédiction des paramètres  $\hat{l}_i(k + 1)$  à partir du filtre Kalman pour  $i = 1, \dots, N$
  3. Pour chaque ligne prédite ( $i = 1, \dots, N$ )
    - a) faire la mise en correspondance entre  $\hat{l}_i(k + 1)$  et les lignes détectées (candidates) dans l'image  $k + 1$  en réalisant les trois tests (zones de recherches) suivants:
      - i. Test de similarité dans l'orientation : si  $(\hat{\theta}_i - \theta_i)^2 \leq 2(\sigma_{\hat{\theta}_i}^2 + \sigma_{\theta_i}^2)$
      - ii. Test de colinéarité : si  $(\hat{c}_i - c_i)^2 \leq 2(\sigma_{\hat{c}_i}^2 + \sigma_{c_i}^2)$
      - iii. Test de chevauchement : si  $(\hat{d}_i - d_i)^2 \leq (\hat{h}_i^2 + h_i^2)$
    - b) Si la ligne candidate  $l_i(k + 1)$  a passée les trois tests, une distance de Mahalanobis est calculée :
      - i.  $d_{mah} = \frac{(\hat{\theta}_i - \theta_i)^2}{(\sigma_{\hat{\theta}_i}^2 + \sigma_{\theta_i}^2)} + \frac{(\hat{h}_i - h_i)^2}{(\sigma_{\hat{h}_i}^2 + \sigma_{h_i}^2)}$
      - ii. La ligne candidate qui présente une distance  $d_{mah}$  minimale, est alors sélectionnée.

4. fin

---

La représentation des lignes par les paramètres (2.1) présentée par [Toscani et al.](#)

(1988) est ramenée à une forme plus simple par [Deriche & Faugeras \(1990\)](#) en remplaçant la distance du point milieu  $d$ , et la distance à l'origine  $c$ , par les coordonnées du point milieu  $P_m(x_m, y_m)$ . Ainsi les paramètres de la ligne à suivre deviennent  $(x_m, y_m, \theta, l)$  en utilisant la même méthode que l'Algorithme 2.1.

Pour le suivi des lignes, l'algorithme du "Token Tracker" utilise des paramètres calculés à partir des coordonnées des deux points d'extrémité d'une ligne. Ces paramètres sont ensuite utilisés par un filtre de Kalman pour prédire la position de la ligne dans l'image suivante. Cette prédiction est corrigée par une mise en correspondance avec les lignes détectées dans l'image en cours. Il est clair que ce processus, pour sa mise en œuvre, nécessite des temps de calcul important pour les différents filtres de Kalman utilisés pour l'estimation des paramètres de chaque ligne. Dans la section suivante, nous proposons une nouvelle approche aussi efficace que celle que du "Token Tracker" mais beaucoup plus simple dans sa mise en œuvre, elle est basée sur une prédiction par flux optique de certains points de la ligne.

## 2.3 Méthode du flux optique

Le flux optique correspond à une mesure de déplacement entre deux instants successifs. Dans notre démarche on exploite ce processus voir la Figure 2.3.1 pour prédire la position des lignes dans les images successives.

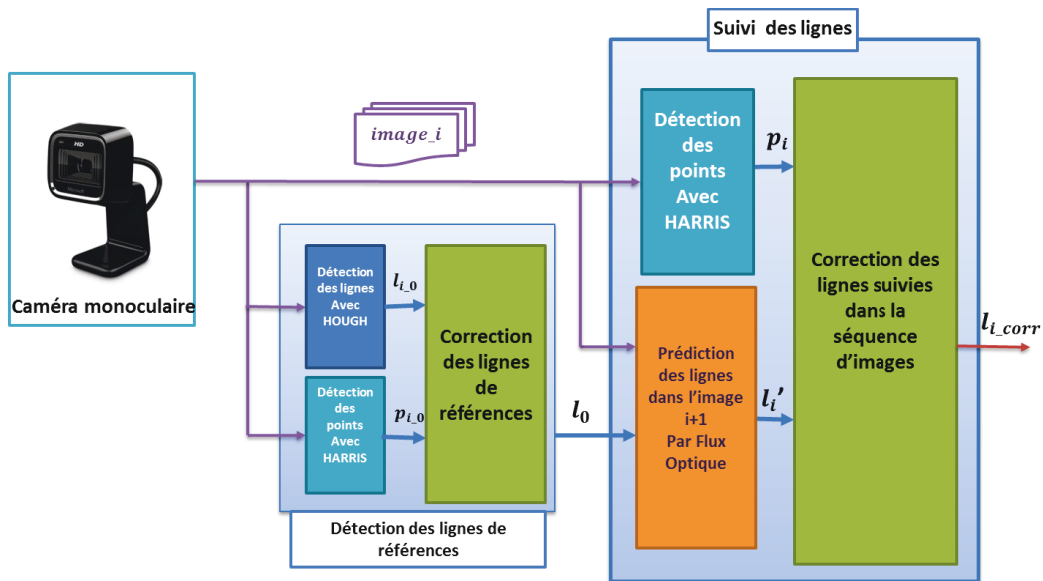


Figure 2.3.1 – Processus de détection et de suivi des lignes basé sur le flux optique.

Le principe de la méthode est résumé par les trois points suivants :

1. Choix des lignes à suivre :

- Détecter et sélectionner des lignes dans l'étape initiale
- Extraire pour chaque ligne des points à suivre comme présenté dans la Figure 2.3.2.
- Détecter des points d'intérêts (réels) dans l'image. Pour cela, un point  $p_j$  est choisi selon un critère  $C(p_j)$  donné par (1.2.1), il est validé si un seuil  $\tau$  est dépassé (voir équation 1.2.1).
- Sélectionner les lignes à suivre à partir de points extraits mis en correspondance avec l'ensemble des points d'intérêts (réels) détectés. Une ligne  $l_i$  est sélectionnée si elle coïncide avec un minimum de points réels dans son voisinage. Chacun des points candidats  $p_j$  est considéré appartenant à une ligne  $l_i$  si ses coordonnées  $(x_{jp}, y_{jp})$  sont dans le voisinage de cette ligne, et si le test d'orientation est vérifié entre cette ligne et la ligne  $l_{jc}$  formée par le point candidat et un des points de l'extrémité de la ligne ( $p_1 = (x_{p,1}, y_{p,1})$ ,  $p_2 = (x_{p,2}, y_{p,2})$ ) tel que :

$$(\theta_{l_{jc}} - \theta_{l_i})^2 \leq \varepsilon_\theta \quad (2.3.1)$$

où  $\theta_{l_i} = \arctan(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1})$ ,  $\theta_{l_{jc}} = \arctan(\frac{y_{jp} - y_1}{x_{jp} - x_1})$ , et  $\varepsilon_\theta$  une erreur d'orientation. Ainsi pour une ligne  $l_i$ , l'ensemble  $E_i$  des points à suivre est défini par :

$$E_i = \left\{ p_j \in l_i : C(p_j) \geq \tau \text{ et } (\theta_{l_{jc}} - \theta_{l_i})^2 \leq \varepsilon_\theta \right\} \quad (2.3.2)$$

L'ensemble  $E_i$  doit contenir au moins deux points.

2. Prédiction du déplacement des lignes par suivi des points :

Le suivi des points de chaque ensemble  $E_i$  est réalisé par la méthode du flux optique. Le calcul est basé sur l'hypothèse que l'intensité lumineuse se conserve entre deux images successives (1.2.17) permettant de faire un développement en séries de Taylor (1.2.18) afin de caractériser des petits mouvements apparents dans l'image. Pour traiter des mouvements importants dans l'image et garantir la robustesse et la précision du suivi des caractéristiques image, nous utiliserons la méthode décrite par Bouguet (2001). Le principe est d'utiliser une décomposition pyramidale en plusieurs niveaux des images et une implémentation itérative du calcul du flux optique selon l'algorithme de Lucas-Kanade (Lucas & Kanade (1981) et Tomasi & Kanade (1991)). La détermination du flux optique produit entre deux images successives  $I_k$  et  $I_{k+1}$  (pour l'instant  $k$  et  $k+1$ ) traduit le déplacement  $d_{j,k}$  d'un point  $p_{j,k}$ . Ce déplacement  $d_{j,k}$  permet de prédire la position du point  $p_{j,k}$  dans l'image suivante et ne représente pas nécessairement un point réel voir la Figure 2.3.3, étape 3. Pour déterminer la position réelle du point  $p_{j,k}$ , nous devons évaluer

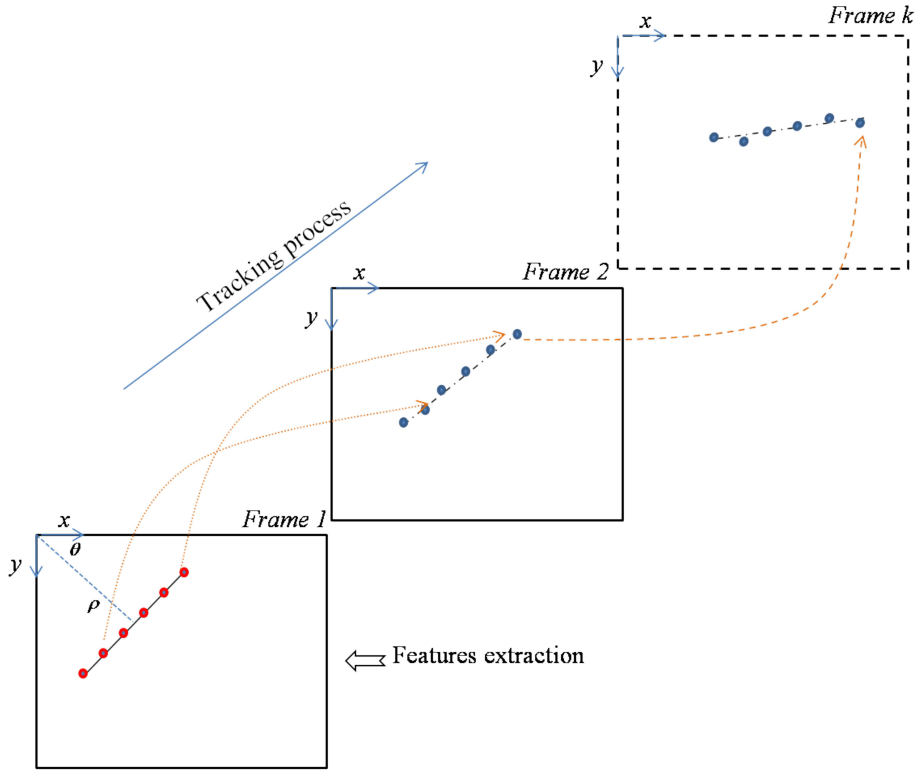


FIGURE 2.3.2 – Suivi des points de lignes

l'erreur de prédiction. Afin d'évaluer cette dernière, nous sélectionnons une zone de recherche, s'inspirant des travaux de [Kendoul et al. \(2009b\)](#), pour les points candidats se trouvant autour de la position  $(p_{j,k} + d_{j,k})$ , voir la Figure 2.3.3, étape 4. Une détection et une mesure de la qualité des points candidats utilisant le critère (1.2.1), est appliquée à tous les points présents dans la zone de recherche, voir la Figure 2.3.3, étape 5. Ainsi, l'ensemble des points candidats est défini par :

$$S_i = \{\tilde{p}_{j,k} \in W : C(\tilde{p}_{j,k}) \leq \tau\} \quad (2.3.3)$$

où  $W$  délimite la zone de recherche centrée autour de la position prédite  $(p_{j,k} + d_{j,k})$  et  $\tilde{p}_{j,k} = (x_{\tilde{p}_{j,k}}, y_{\tilde{p}_{j,k}})$  représente les coordonnées d'un point détecté dans l'image en cours dans la zone de recherche.

3. Mise en correspondance et innovation de la ligne suivie :

La distance Euclidienne (voir [Palomares \(2012\)](#)) est utilisée comme critère d'erreur de prédiction. Notre choix implique de définir un rayon de la zone de recherche des points réels qui dépendra d'une part de la précision recherchée et d'autre part de la réussite à trouver des points réels proche du point



prédit. Dans le cas où l'on ne trouve pas de points réels dans la zone de recherche (ie.  $S_i$  est vide), le point est considéré comme perdu. Par contre, si plusieurs points sont trouvés, le point retenu sera celui qui présente une erreur minimale  $\varepsilon$  obtenu par le critère de distance Euclidienne défini comme suit :

$$\varepsilon = \min \left( \sqrt{(x_{\tilde{p}_{j,k}} - (x_{p_{j,k}} + d_{j,k,x}))^2 + (y_{\tilde{p}_{j,k}} - (y_{p_{j,k}} + d_{j,k,y}))^2} \right)_{\tilde{p}_{j,k} \in S_i} \quad (2.3.4)$$

Ainsi, la position réelle  $\tilde{p}_{j,k+1}$  dans la seconde image est donnée par :

$$\tilde{p}_{j,k+1} = p_{j,k} + d_{j,k} + \varepsilon \quad (2.3.5)$$

La position  $\tilde{p}_{j,k+1}$  est considérée comme une position mesurée qui correspond au déplacement  $(d_{j,k} + \varepsilon)$  du point  $p_{j,k}$  entre deux images successives. Dans la suite de l'algorithme la position corrigée servira comme point de départ pour le suivi dans les images successives voir la Figure 2.3.3, étape 6.

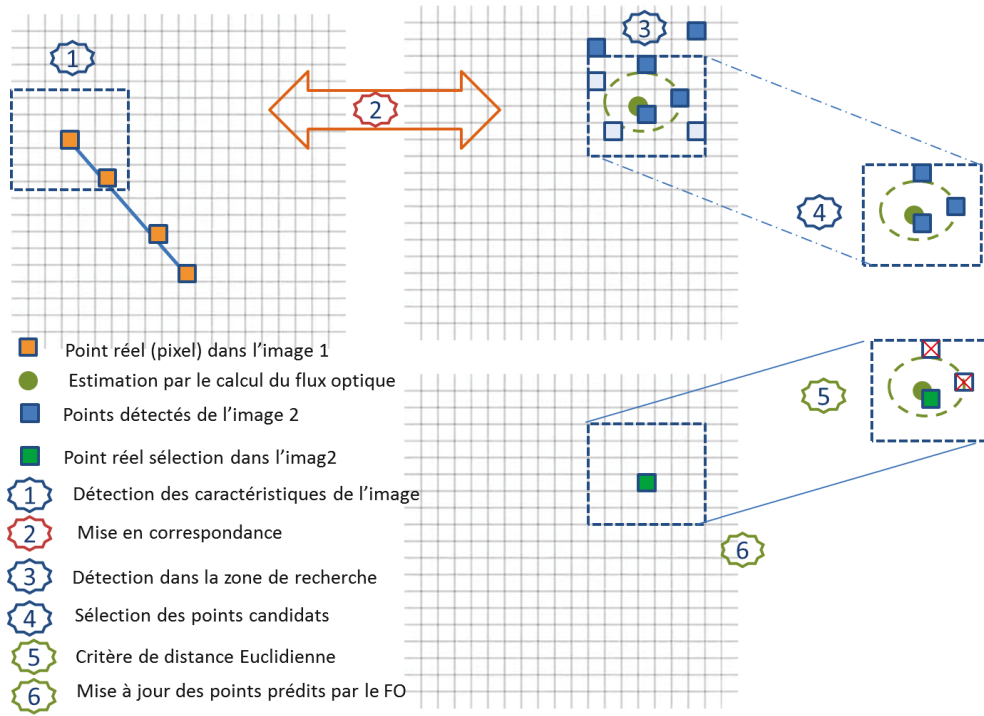


FIGURE 2.3.3 – Description graphique de la méthode de correction des points et des lignes suivies

La mise en œuvre de la méthode de suivi des lignes est réalisée selon l'Algorithme 2.2.

---

**Algorithm 2.2** Algorithme de suivi de lignes

---

1. Pour chaque ligne  $l_i$  ( $i = 1, \dots, N_l$ ) détectée et choisie dans l'image  $I_k$  ( $k$  est l'indice d'itération):
  - a) Détecter les points  $p_j$  ( $j = 1, \dots, N_p$ ) dans l'image  $I_k$ .
  - b) pour chaque point  $p_j$  ( $j = 1, \dots, N_p$ ) dans un voisinage de la ligne  $l_i$  faire:
    - i. Calculer la qualité  $C(p_j)$  en utilisant le critère de Harris (1.2.1)
    - ii. Calculer l'orientation  $\theta_{l_{jc}}$ ,  $\theta_{l_i}$  des deux lignes  $l_{jc}$  et  $l_i$  :  $\theta_{l_i} = \arctan(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1})$ ,  $\theta_{l_{jc}} = \arctan(\frac{y_{jp} - y_1}{x_{jp} - x_1})$
    - iii. si  $C(p_j) \geq \tau$  et  $(\theta_{l_{jc}} - \theta_{l_i})^2 \leq \varepsilon_\theta$  alors  $p_j \rightarrow E_i$  (ensemble de points caractéristiques de la ligne  $l_i$ ) avec  $\tau$  et  $\varepsilon_\theta$  des seuils donnés.
    - iv. fin du si
  - c) fin du faire
2. Construire une représentation pyramidale à  $L$  niveaux des images  $I_k$  et  $I_{k+1}$  (pour l'instant  $k$  et  $k+1$ )
3. Pour chaque point  $p_j$  dans  $E_i$ 
  - a) Pour chaque niveau de la pyramide calculer le flux optique et prédire le déplacement  $d_{j,k}$  de la ligne  $l_i$ .
  - b) Dans la seconde image définir une fenêtre  $W(\tilde{p}_{j,k})$  centrée autour du point  $\tilde{p}_{j,k}$  localisé en  $\{p_{j,k} + d_{j,k}\}$  dans la zone de recherche
    - i. pour chaque point  $\tilde{p}_{j,k}$  dans la fenêtre  $W$  faire:
      - A. Calculer la qualité  $C(\tilde{p}_{j,k})$
      - B. si  $C(\tilde{p}_{j,k}) \geq \tau$  alors  $\tilde{p}_{j,k} \rightarrow S_{i,k}$  (ensemble de points candidats)
      - C. fin du si
    - ii. fin du faire
    - iii. si  $S_{i,k}$  est vide
      - A. considérer le point retourné comme perdu
    - iv. sinon
      - A. pour chaque point  $\tilde{p}_{j,k}$  calculer l'erreur de prédiction  $\varepsilon_j$
      - B. sélectionner le point  $\tilde{p}_{j,k}$  dont l'erreur de prédiction est la plus faible (2.3.4)
    - v. fin du si
  - c) mettre à jour le point  $\tilde{p}_{j,k+1} = \tilde{p}_{j,k} + d_{j,k} + \varepsilon_j$
4. fin

## 2.4 Résultats de simulation

Pour montrer l'efficacité de la méthode de suivi de lignes qu'on a proposée dans la Section 2.3, on présente d'abord des résultats concernant la détection, la sélection de droites et l'ensemble des points de ces droites à suivre. Par la suite on présente le suivi de lignes sur une séquence d'images de synthèses puis sur une séquence d'images réelles. On présente aussi un résultat sur la reconstitution d'un mouvement de rotation de la caméra. Une comparaison avec l'algorithme du "Token Tracker" est réalisée.

### 2.4.1 Détection et suivi de lignes entre deux images réelles

Dans la Figure 2.4.1, on présente en particulier le résultat de la première étape du processus de l'Algorithme 2.2. Ainsi la détection des lignes et des points de l'image est réalisée respectivement par la transformée de Hough (voir Illingworth & Kittler (1988)) et la méthode de Harris & Stephens (1988). Pour cela, on a utilisé les fonctions concernant ces algorithmes qui sont disponibles dans la librairie OpenCV.

Dans la Figure 2.4.1, les deux images correspondent à des captures réalisées sur une scène réelle (un couloir). Dans la Figure 2.4.1a, on présente le résultat de la sélection de certaines droites et un ensemble de points détectés dans la même image. Dans la Figure 2.4.1b, on présente un résultat avec l'image ayant subi un mouvement de rotation. Ce résultat montre l'efficacité de l'algorithme à mettre en évidence la coïncidence des droites détectées et les droites physiques de l'environnement, en l'occurrence les bords des murs et des portes d'un couloir. On observe aussi les points au voisinage des droites qui correspondent à une détection de points d'intérêts avec un critère  $\tau = 0,01$  (1.2.1). L'emplacement des points détectés suit bien les changements de luminance dans l'image, ce qui conforte leur caractère robuste, et conforte aussi notre choix de les utiliser pour corriger la détection des lignes et de leur suivi.

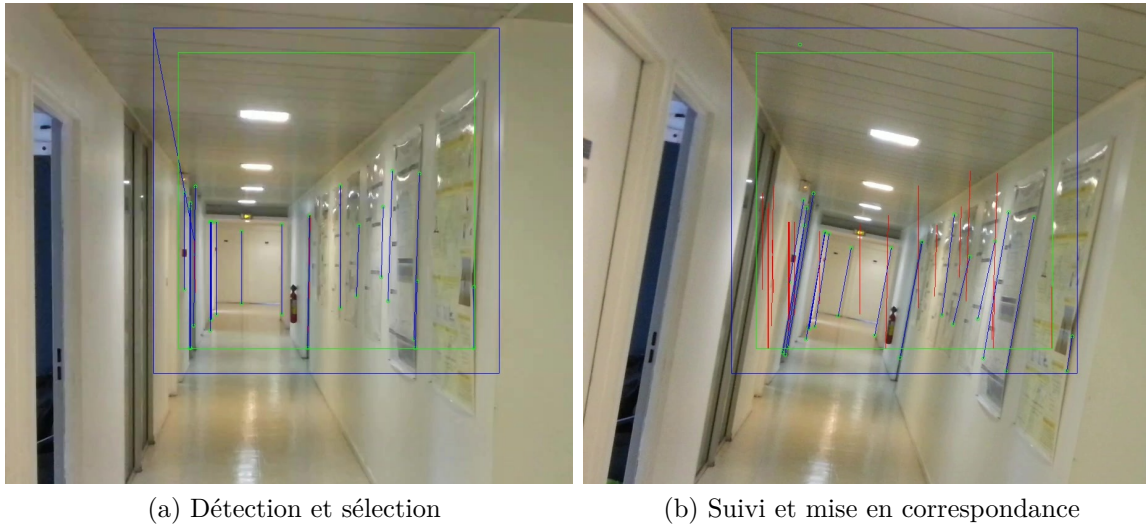


Figure 2.4.1 – Processus de détection et de suivi

### 2.4.2 Suivi de lignes dans une séquence d'images

Pour démontrer l'efficacité de l'algorithme de détection et de suivi des lignes lors d'une longue séquence d'images, on présente d'abord des résultats obtenus sur des images de synthèses et ensuite sur une séquence d'images réelles.

#### Séquence d'images de synthèse

Pour produire ces images, on a utilisé l'outil de simulation Matlab/Simulink et la librairie OpenCV. Ainsi, le mouvement de la caméra d'un environnement 3D est simulé sous Matlab/Simulink. Dans cet environnement, trois droites fixes de directions connues dans le repère de la scène, sont observées par la caméra lors de son mouvement. Les caractéristiques de la caméra utilisées pour la simulation sont données dans le Tableau 2.2. La scène observée est projetée dans son plan image. Le résultat est obtenu sous forme d'un tableau (ou matrice) de taille  $(170 \times 170)$  pixels dans lequel les éléments représentatifs correspondent à la projection des points de droites. A partir ce tableau représentant la scène observée, on génère une image de synthèse avec l'outil OpenCV intégré à Simulink en utilisant les fonctions de CvLink présentées par [Laurent \(2010\)](#), qu'on a adapté et enrichi pour le besoin de nos algorithmes. Sur les images produites, on applique les algorithmes du processus de suivi de ligne qu'on a proposés.

Dans la Figure 2.4.2, on présente l'environnement observé par la caméra lors de son mouvement de rotation (roulis, tangage et lacet) autour d'une position fixe

Paramètres de la caméra	Valeurs
focale	$f = 35mm$
Taille du capteur CCD	$D = 32mm$
Taille image (résolution en pixel)	$170 \times 170$
Nombre d'images par seconde	$fps = 100$

TABLE 2.2 – Caractéristiques de la caméra simulée

dans le repère de la scène  $(0, 0, 10)$ .

Dans la Figure 2.4.3, on présente le résultat de suivi de lignes sur une longue séquence d'images de synthèses obtenue en simulant le mouvement de la caméra sur une période de 50s. Les résultats présentés correspondent à des extraits d'images à des instants différents (5s). L'algorithme de suivi (Algorithme 2.2) est appliqué sans l'étape de correction de la prédiction par le calcul du flux optique qui utilise le critère de distance Euclidienne (2.3.4). Sur la première image, on observe les trois lignes captés par la caméra (lignes de couleur noir), la détection des ces lignes représentées en couleur "rouge" et la détection des points de chaque droite présentés en couleur "bleu". Dans les images successives, on présente le mouvement apparent des trois lignes et le résultat du suivi des points et lignes. On constate qu'à partir d'un certain temps le suivi n'est pas parfait lorsque on applique l'Algorithme 2.2 sans la correction de la prédiction calculée par le flux optique. On observe une dérive de la 2ième droite voir la Figure 2.4.3e. Cependant dans la Figure 2.4.4, on observe que l'utilisation de l'Algorithme 2.2 avec correction de la prédiction, sur la même séquence d'images assure un suivi parfait le long de la séquence des trois lignes détectées initialement.

Pour comparaison, dans la Figure 2.4.5, on présente le résultat de suivi de l'Algorithme 2.1 du "Token Tracker" appliqué sur la même séquence d'images de synthèses que précédemment. On observe un suivi parfait des lignes le long de la séquence. On constate qu'il n'y a pas de dérive du fait que cet algorithme est basé sur l'utilisation d'un filtre de Kalman pour la prédiction et la mise à jour de cette prédiction réalisée grâce à une détection de ligne à chaque itération.

### Séquence d'images réelles

On a appliqué les deux algorithmes de suivi de lignes, algorithme basé flux optique (2.2) et algorithme du "Token Tracker" (2.1) sur une longue séquence d'images réelles représentant le mouvement d'une caméra dans un couloir. Les lignes détectées sont essentiellement les bords du murs et des portes. Dans la Figure 2.4.6, on présente le résultat du suivi des lignes détectées initialement à la première image par l'Algorithme 2.2. On observe un bon suivi des lignes traduisant

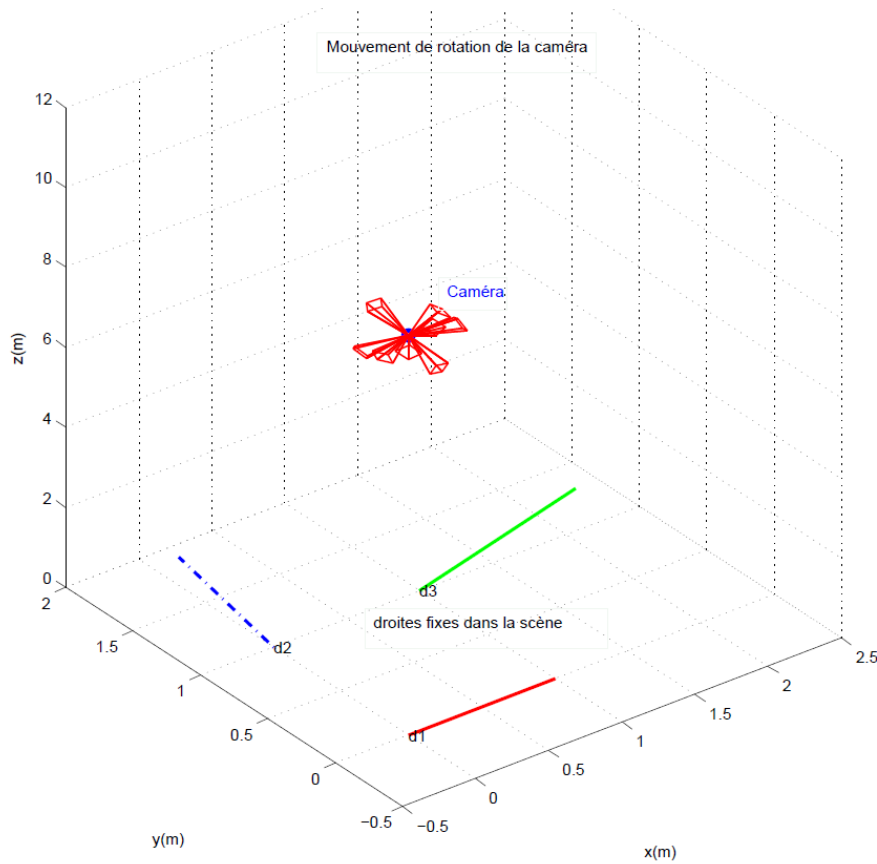


Figure 2.4.2 – Mouvement de la caméra 3D et lignes fixes observées dans la scène

le mouvement de la caméra. Par comparaison, dans la Figure 2.4.7, on présente le résultat obtenu par l'algorithme du "Token Tracker". On constate que les résultats obtenus par les deux algorithmes sont assez similaires. La différence est dans la mise en œuvre des deux algorithmes. L'algorithme qu'on a proposé (2.2), nécessite la détection de lignes à l'étape initiale puis le suivi est réalisé à partir du calcul du flux optique avec la correction basée sur une détection de points dans la zone de prédiction à chaque itération. Quant à l'algorithme du "Token Tracker", le suivi est basé sur la détection des lignes à chaque itération et la prédiction par filtre de Kalman est appliquée sur quatre paramètres de chaque ligne suivie.

### 2.4.3 Reconstitution du mouvement de la caméra

Pour montrer l'intérêt du suivi de lignes dans une séquence d'image, on considère le cas de l'estimation du mouvement de rotation de la caméra. Ainsi, on suppose



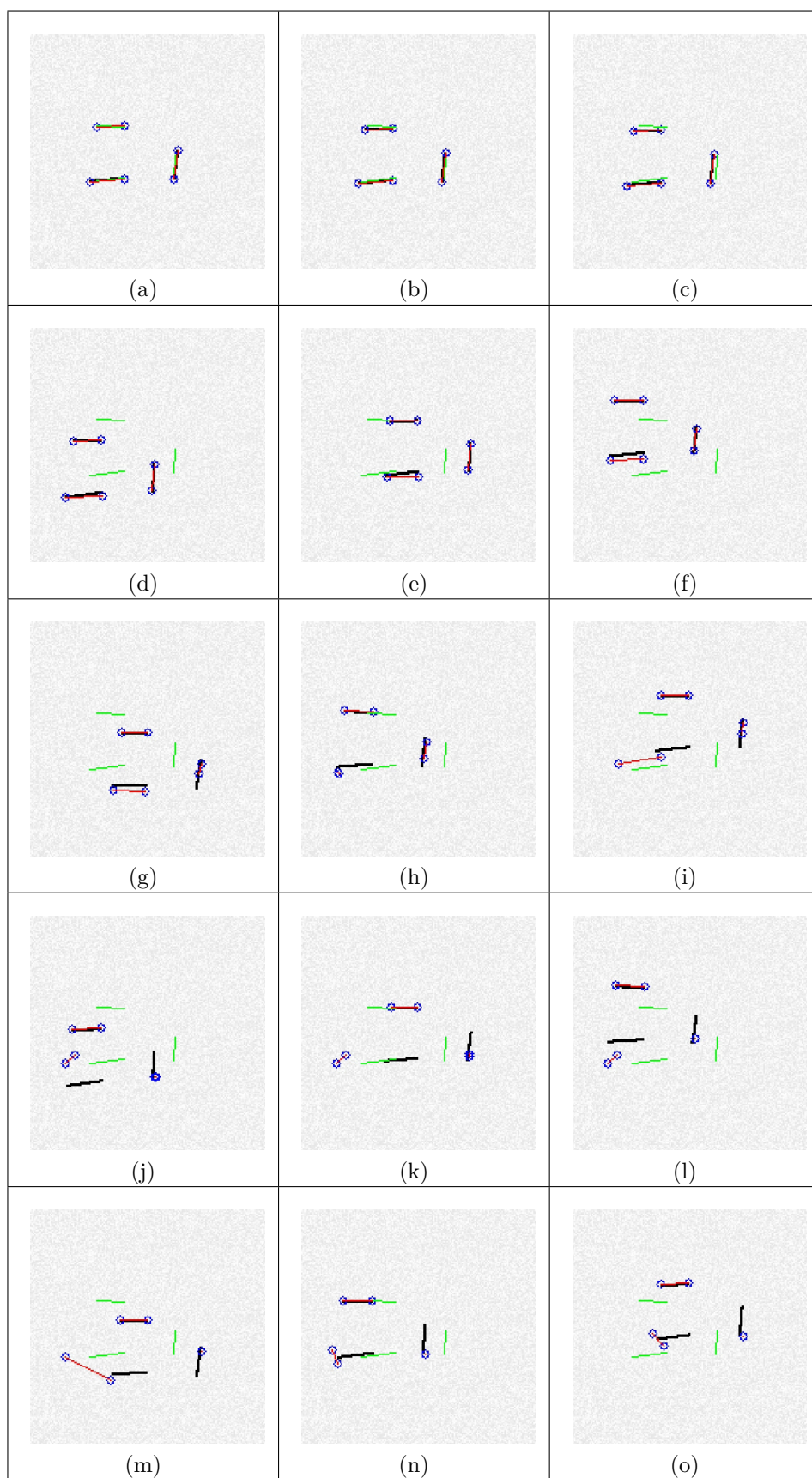


Figure 2.4.3 – Suivi de lignes sur une séquence d'images de synthèse par l'algorithme 2.2 sans correction de la dérive

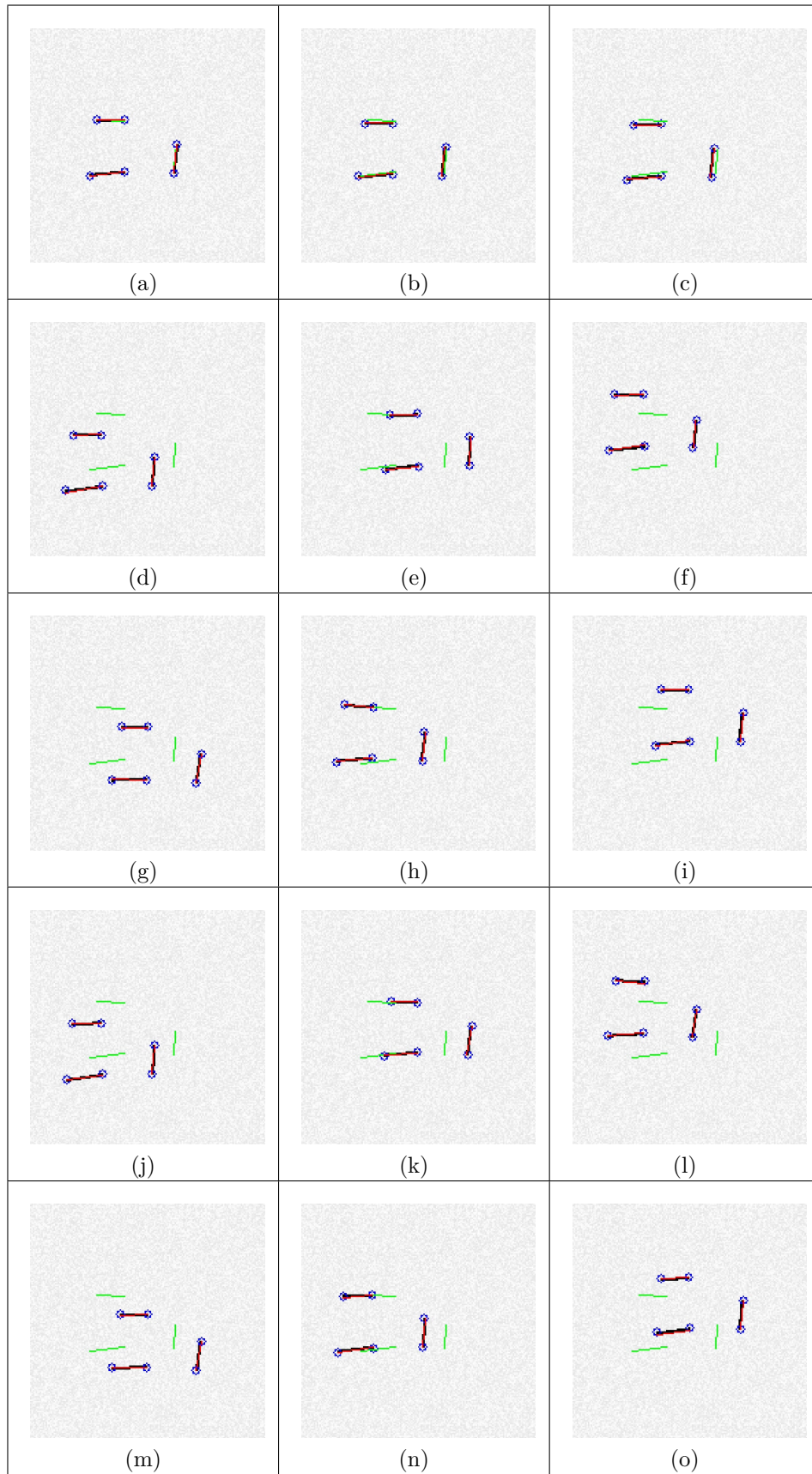


Figure 2.4.4 – Suivi de lignes sur une séquence d'images de synthèse par l'algorithme 2.2 avec correction de la dérive



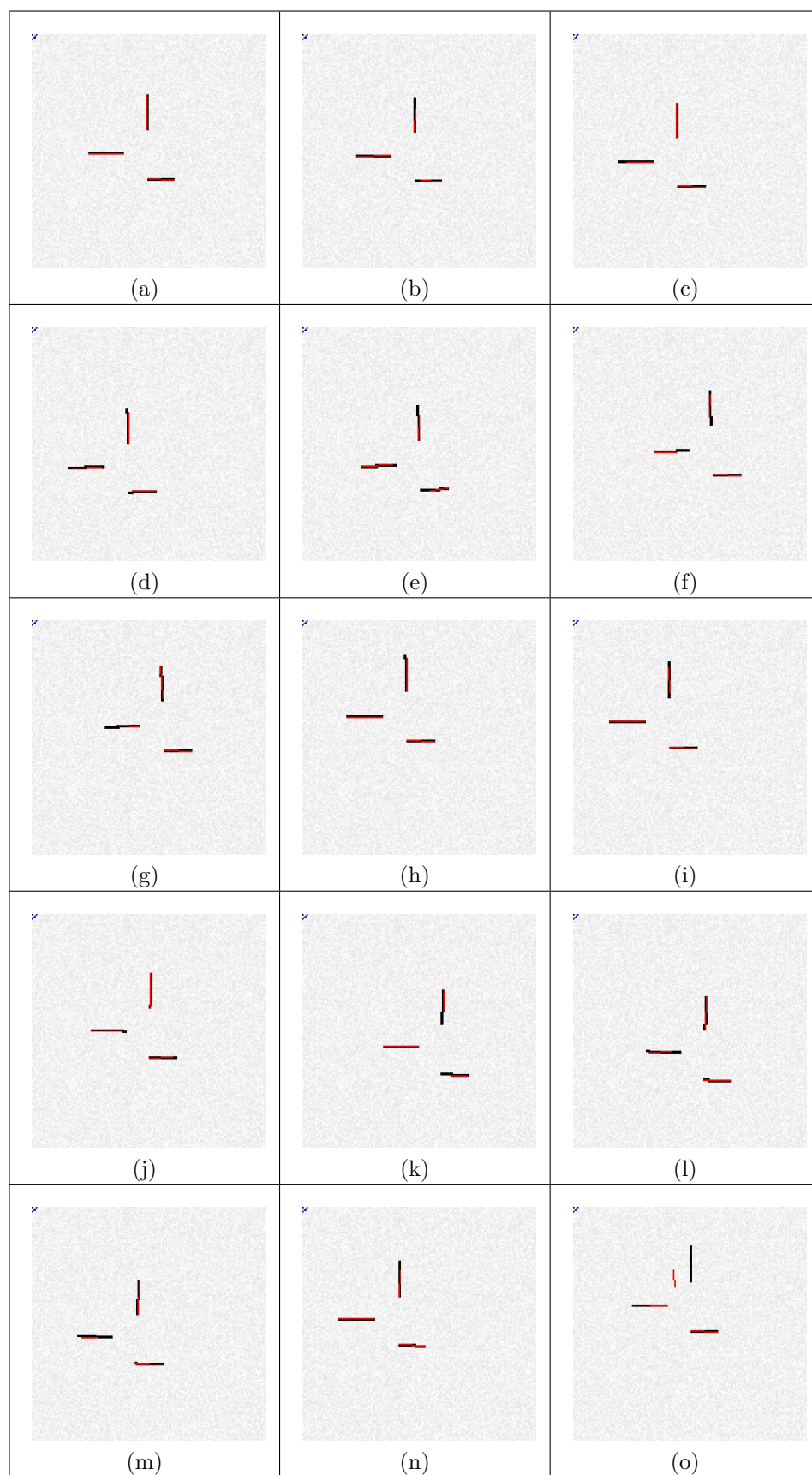


Figure 2.4.5 – Suivi de lignes sur une séquence d'images de synthèse avec l'algorithme du "Token Tracker"

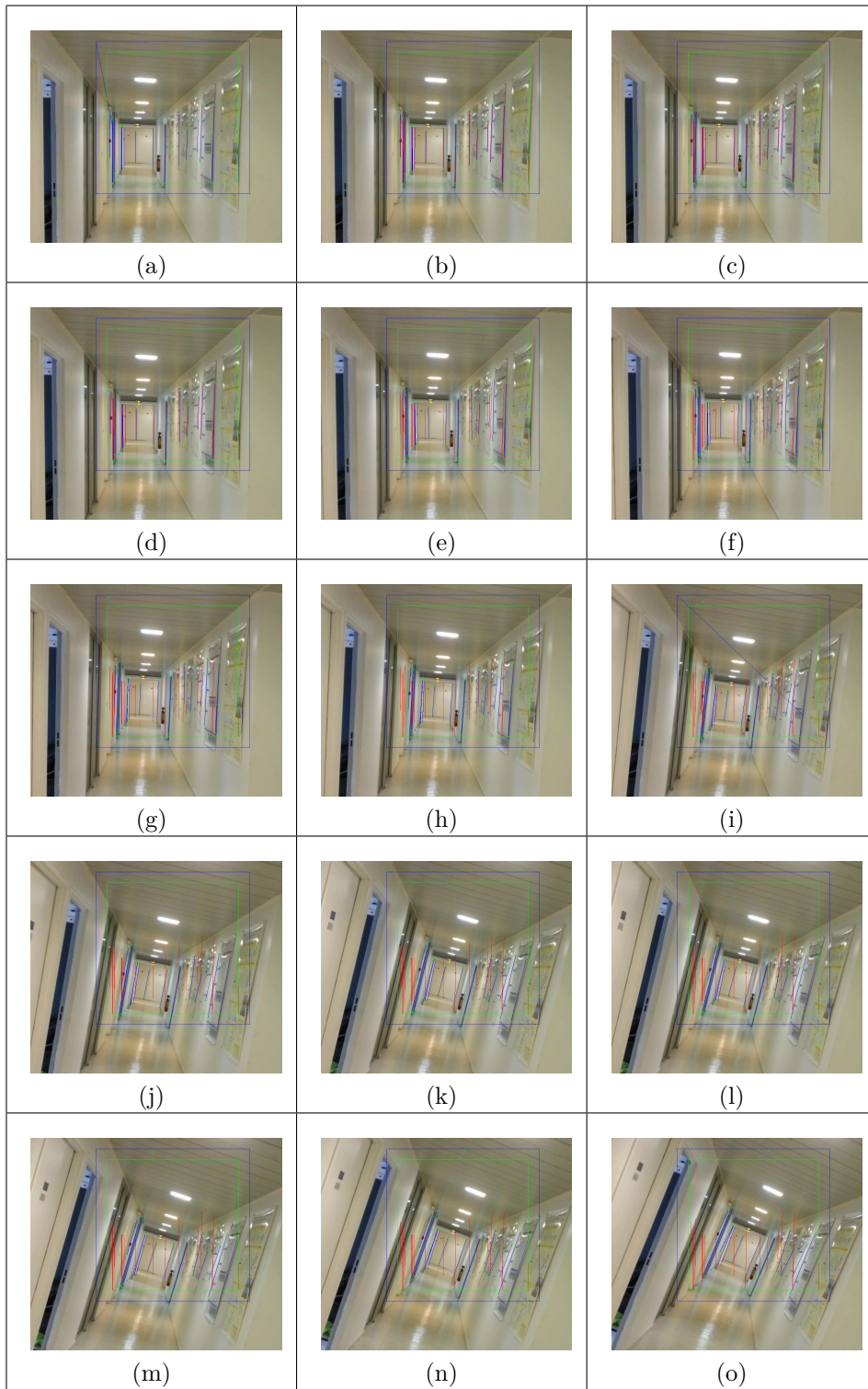


Figure 2.4.6 – Suivi de lignes sur une séquence d'images réelles par l'algorithme 2.2

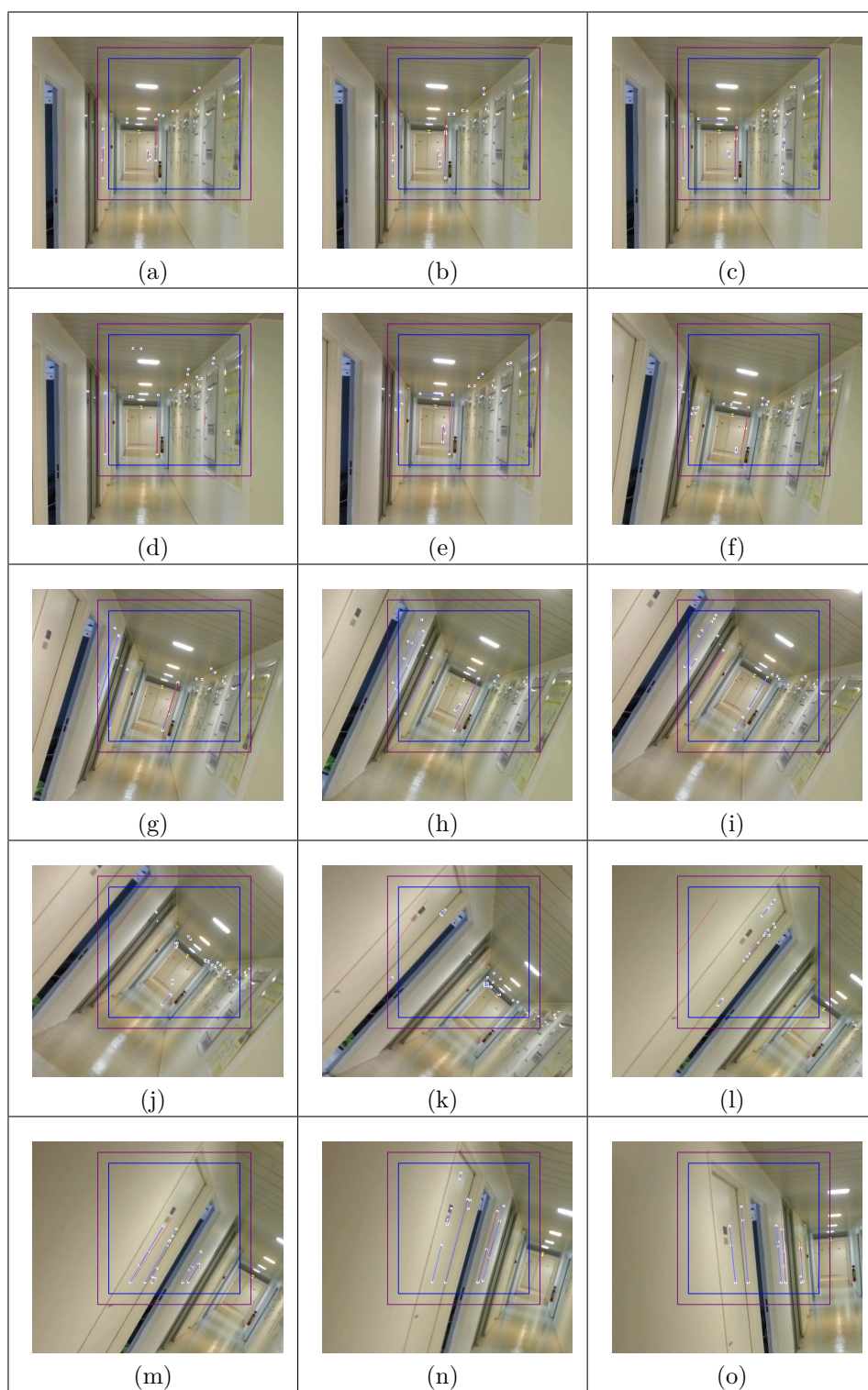


Figure 2.4.7 – Suivi de lignes sur une séquence d'images réelles par l'algorithme du "Token Tracker"

que la caméra est fixe mais réalise un mouvement de rotation pure selon les trois axes (roulis, tangage et lacet). On présente les résultats utilisant les images de synthèses basé sur un mouvement de rotation de la caméra simulée avec Matlab/Simulink comme décrit dans la Section 2.4.2. Celui-ci permet de disposer des données de références pour effectuer la comparaison entre les résultats des deux méthodes. La caméra en mouvement observe trois lignes fixes dans le repère de la scène dont leurs vecteurs directions sont connus. L'algorithme de suivi de lignes permet de fournir une mesure implicite des vecteurs direction de ces lignes suite à leurs projection dans le plan image comme décrit dans la Section 1.3.2 en utilisant l'équation (1.3.9). On considère donc, qu'on dispose de la direction des droites par rapport au centre de la caméra supposé fixe et on utilise les mesures obtenues par l'algorithme de suivi sous forme de vecteur direction pour chaque ligne.

Soient  $n_{\mathcal{I},1}$  et  $n_{\mathcal{I},2}$  les vecteurs direction dans le repère de la scène correspondant respectivement aux deux premières lignes  $l_1$  et  $l_2$ . Les vecteurs de mesure correspondant à ces deux droites sont notés respectivement  $n_{\mathcal{B},1}$  et  $n_{\mathcal{B},2}$ . En utilisant l'algorithme du TRIAD (voir Shuster & OH (1981)), on peut déterminer le mouvement de rotation de la caméra sous forme de matrice de rotation. Dans la Figure 2.4.8, on présente le résultat d'estimation du mouvement de la caméra représenté par les angles de roulis, tangage et lacet qui sont comparés à une référence obtenue directement à partir du mouvement de rotation simulé. On observe que l'estimation obtenue reconstitue le mouvement de la caméra mais que cette estimation est bruitée. Dans le résultat de la Figure 2.4.8, les résultats sont obtenus à partir de mesures de vecteurs directions issus de l'algorithme de suivi de ligne basé sur le flux optique (2.2).

Il faut noter que l'estimation de la rotation à partir des mesures obtenues par les données visuelles n'est pas possible si le mouvement de la caméra est affecté d'un mouvement de translation. De plus l'utilisation d'un algorithme d'estimation d'attitude algébrique de type TRIAD décrit dans l'annexe B, est très sensible aux bruits de mesure. Pour l'estimation de l'attitude avec des données visuelles, il est nécessaire d'utiliser d'autres méthodes utilisant la fusion de données avec d'autres mesures afin d'annuler l'effet du mouvement de translation et pouvoir atténuer voir supprimer l'effet du bruit de mesure.



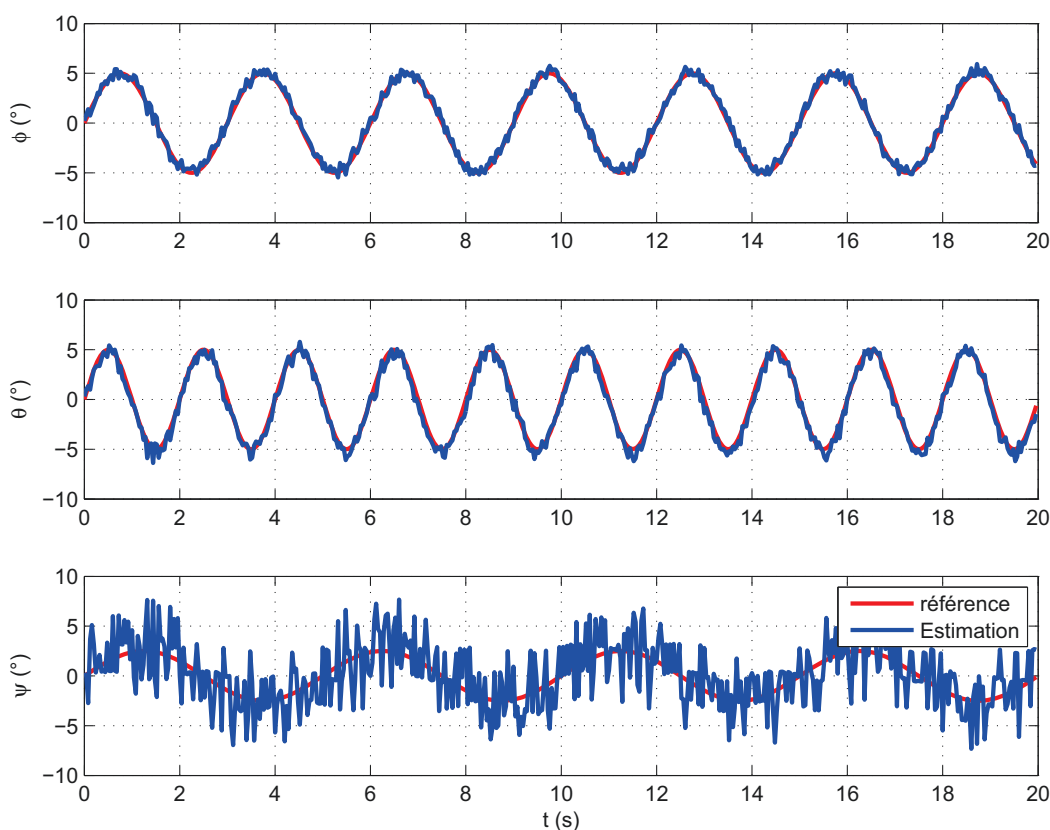


Figure 2.4.8 – Estimation du mouvement de rotation de la caméra (angles de roulis tangage et lacet) obtenue par l'Algorithme basé flux optique

## 2.5 Conclusion

Une nouvelle méthode de suivi de lignes basée sur le calcul du flux optique est présentée. La méthode proposée combine le suivi de lignes et de points afin d'améliorer le suivi et augmenter la robustesse. L'Algorithme 2.2 proposé et décrit dans la Section 2.3, nécessite la détection des lignes à l'étape initiale. Le processus de suivi est réalisé à partir du calcul du flux optique. Il intègre une étape de correction de la prédiction du déplacement obtenu par le flux optique en réalisant une détection des points dans la zone de prédiction à chaque itération. Cette correction est basée sur l'utilisation du critère de minimisation de la distance euclidienne. Une comparaison avec l'algorithme du "Token Tracker" (voir [Toscani et al. \(1988\)](#)) a été présentée. Cet algorithme de suivi est basé sur la détection des lignes à chaque itération et la prédiction par filtre de Kalman appliquée sur quatre paramètres de chaque ligne suivie. Les résultats obtenus et présentés sur des séquences d'images

réelles et de synthèses montrent l'efficacité de la méthode de suivi proposée. La comparaison avec l'algorithme du "Token Tracker" donne des résultats similaires. Cependant, l'avantage de notre méthode réside dans la mise en œuvre de l'algorithme. Celle-ci ne nécessite pas tous le processus de détection de lignes à chaque itération ni l'utilisation du filtre de Kalman pour le suivi de lignes. Un autre avantage est le fait que l'Algorithme 2.2 qui est basé sur le suivi des lignes et de points, permet de fournir la mesure implicite des vecteurs directions des lignes suivies et en même temps la direction le long de certains points de la ligne. Ces mesures seront nécessaires dans l'élaboration de l'algorithme d'estimation de l'attitude afin d'annuler l'effet du mouvement de translation comme il sera détaillé dans le chapitre suivant.



## Chapitre 3

# Estimation de l'attitude d'un corps rigide à partir de la fusion de données visuelles et gyrométriques

### 3.1 Introduction

Les données issues de l'algorithme de suivi de lignes élaboré dans le chapitre précédent avec les données fournies par les gyromètres nous permettent de proposer un algorithme efficace d'estimation de l'attitude d'un corps rigide en rotation dans l'espace 3D. Pour ce faire on va suivre le mouvement de certaines lignes supposées fixes de la scène et qui sont projetées dans le plan image. Ainsi, la mise en correspondance entre la direction des lignes fixes dans la scène 3D et la direction de leurs vecteurs de mesures nous permettra d'élaborer un algorithme d'estimation en se basant sur les méthodes des observateurs non linéaires des systèmes dynamiques. En effet, l'utilisation des méthodes algébriques pour l'estimation de l'attitude ne sont pas adaptées puisque les mesures implicites des directions liées au mouvement de rotation de l'objet mobile ne sont pas indépendantes de son mouvement de translation. Le problème de l'ambiguïté de signe (voir [Rehbinder & Ghosh \(2003\)](#)), dû à la mesure implicite des directions de lignes, est pris en compte dans l'élaboration de l'observateur conçu dans l'espace  $SO(3)$ . Une analyse de l'observabilité pour l'estimation de l'attitude avec des données visuelles est revue à partir de l'étude présentée d'abord par [Rehbinder & Ghosh \(2003\)](#) et puis par [Wu et al. \(2006\)](#). Le gain de l'observateur proposé sera déterminé en utilisant un filtre de Kalman type M.E.K.F. (Multiplicative Extended Kalman Filter). L'élaboration de la structure M.E.K.F est basée sur le calcul de l'erreur d'observation à partir d'un produit définissant une rotation relative entre l'attitude réelle et son estimée (voir [Crassidis et al. \(2007\)](#)). Cette démarche a l'avantage de permettre la prise en

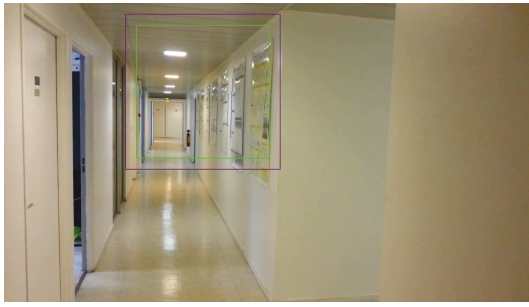


compte de l'estimation du biais des gyromètres dans l'observateur ce qui n'est pas le cas des méthodes existantes dans la littérature. Les performances de la méthode proposée sont illustrées et validées par différents résultats de simulation portant sur des séquences d'images de synthèses.

## **3.2 Mouvement 3D du corps rigide et mesures**

On considère le mouvement dans la scène 3D d'un corps-rigide équipé d'une caméra et d'une centrale inertielle. La centrale inertielle est utilisée dans cette application pour fournir les mesures des gyromètres selon les trois axes du repère mobile. Le rôle de la caméra est la capture d'un flux vidéo qui est une séquence d'images de la scène 3D observée lors du mouvement du corps rigide. Le mouvement relatif du corps rigide dans cette scène sera déterminé par rapport à des objets fixes qui se trouvent dans le champ de la caméra et qui sont détectés et suivis par le processus de traitement. En effet, le champ visuel observé par la caméra contient beaucoup d'informations importantes telles que des formes, des lignes, des points et bien d'autres caractéristiques, qui semblent invariantes pour des mouvements courts dans le temps et peuvent être utiles pour la détermination de la transformation géométrique et cinématique produite entre deux images successives.

Ainsi, le mouvement est considéré comme une succession de positions et d'orientations dans le temps et la reconstitution de ce mouvement ne peut se faire qu'avec un suivi continu des caractéristiques sélectionnées dans une séquence d'images. Pour reconstituer le mouvement du corps rigide, on suppose que les objets fixes de la scène observés par la caméra, ont des caractéristiques projetées principalement de types bords ou coins et considérés comme des lignes ou points fixes facilement identifiables. On peut imaginer dans un environnement intérieur "indoor", les bords des fenêtres, des portes et par exemple les coins des murs et les couloirs voir Figure 3.2.1a. Dans un environnement extérieur, "outdoor", on peut s'intéresser par exemple aux bords et coins des immeubles voir Figure 3.2.1b.



(a) Environnement intérieur "indoor"



(b) Environnement extérieur, "outdoor"

FIGURE 3.2.1 – Scènes 3D observées

A présent, on considère la projection d'une droite dans le plan de l'image. On suppose que les caractéristiques des objets observés par la caméra sont des droites  $d_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) fixes et qui restent dans le champ visuel tout au long de la durée du mouvement. La projection de ces droites dans le plan image de la caméra forme des lignes qui seront détectées et suivies par le processus de traitement d'image présenté dans le chapitre précédent afin de déterminer le mouvement du corps rigide par rapport aux objets fixes de la scène. La projection 2D dans le plan image de la caméra d'une droite fixe dans la scène 3D est représentée dans la figure (3.2.2).

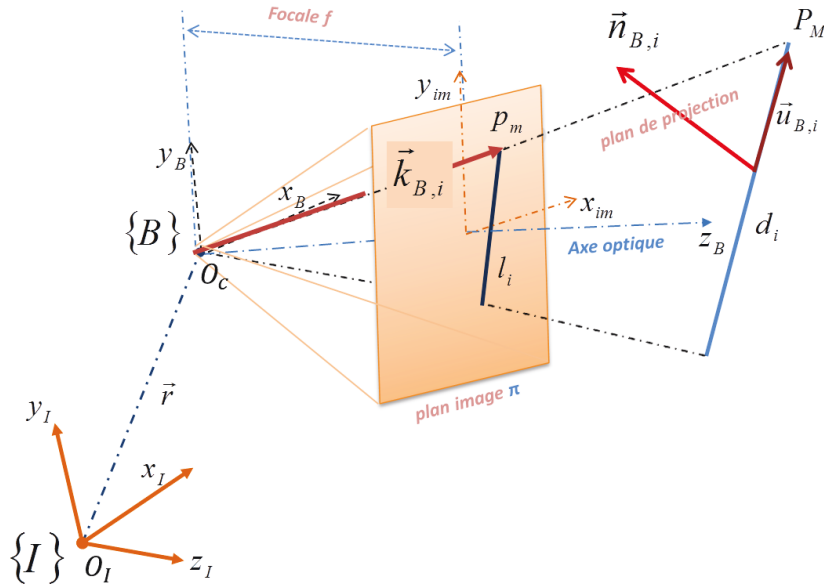


Figure 3.2.2 – Projection en perspective d'une ligne fixe de l'environnement

Le vecteur direction  $u_{\mathcal{B},i}$  de la droite  $d_i$  est exprimé dans le repère mobile  $\{\mathcal{B}\}$  de la caméra supposé confondu avec celui du corps rigide. On note  $u_{\mathcal{I},i}$  le vecteur direction correspondant au vecteur  $u_{\mathcal{B},i}$  exprimé dans le repère inertiel  $\{\mathcal{I}\}$ .  $R$  est la matrice de rotation représentant l'orientation du corps rigide dans la scène 3D et dont la cinématique est donnée par l'équation (3.3.1). Le vecteur  $u_{\mathcal{I},i}$  est lié au vecteur  $u_{\mathcal{B},i}$  par la relation suivante :

$$u_{\mathcal{I},i} = Ru_{\mathcal{B},i} \quad (3.2.1)$$

L'analyse et le suivi des caractéristiques de l'image ne permettent pas une mesure directe dans le repère  $\{\mathcal{B}\}$  du vecteur direction  $u_{\mathcal{B},i}$ . Cependant, on peut mesurer les coordonnées du vecteur  $n_{\mathcal{B},i}$  normal au plan de projection défini par le point focal de la caméra et la ligne  $l_i$ , projection de la ligne  $d_i$  dans le plan image. Le mouvement de la projection de la droite  $d_i$ , représenté par le couple de coordonnées de Plücker  $(u_{\mathcal{B},i}, n_{\mathcal{B},i})$ , est décrit dans le repère  $\{\mathcal{B}\}$  par les équations cinématique (1.3.16) et (1.3.19). On observe que le mouvement selon la direction  $u_{\mathcal{B},i}$  dépend uniquement du mouvement de rotation de la caméra alors que le mouvement suivant le vecteur normal  $n_{\mathcal{B},i}$  dépend du mouvement combiné de la rotation et de la translation (voir Section 1.3.2). Si l'on considère la projection d'un point  $x_{i,0}$  de la droite  $d_i$  dans le plan image, le vecteur direction le long du point focal et passant par le point de projection de  $x_{i,0}$  est porté par le vecteur  $k_{\mathcal{B},i}$ . Ce vecteur est perpendiculaire au vecteur  $n_{\mathcal{B},i}$  et ses coordonnées sont définies dans le repère mobile  $\{\mathcal{B}\}$ . Ainsi, on peut écrire la relation suivante :

$$n_{\mathcal{B},i} = k_{\mathcal{B},i} \times u_{\mathcal{B},i} \quad (3.2.2)$$

où  $\times$  représentant le produit vectoriel. Les vecteurs  $(n_{\mathcal{B},i}, k_{\mathcal{B},i}, u_{\mathcal{B},i})$  sont considérés comme des vecteurs unitaires.

En utilisant la relation (3.2.1), on peut écrire :

$$n_{\mathcal{B},i} = k_{\mathcal{B},i} \times R^T u_{\mathcal{I},i} \quad (3.2.3)$$

Cette relation exprime le lien entre les vecteurs de mesures dans le repère mobile  $\{\mathcal{B}\}$  et les directions des droites fixes dans le repère de la scène  $\{\mathcal{I}\}$ .

L'utilisation de l'algorithme de suivi de lignes proposé dans le chapitre 2, permet de fournir les mesures des vecteurs  $n_{\mathcal{B},i}$  et  $k_{\mathcal{B},i}$ . L'information concernant la mesure du vecteur normal au plan de projection est affectée par une ambiguïté de signe dû à la mesure implicite des directions de lignes. Cette ambiguïté de signe est représentée par le paramètre  $\mu = \{-1, 1\}$ . Ainsi cette mesure est donnée par :

$$y_{n,i} = \mu(n_{\mathcal{B},i} + \nu_{c_i}) \quad (3.2.4)$$

où  $\nu_{c_i}$  est un bruit blanc gaussien additionnel qui affecte les mesures issues de la caméra. De même, la mesure concernant le vecteur  $k_{\mathcal{B},i}$  est donnée comme suit :

$$y_{k,i} = k_{\mathcal{B},i} + \nu_{c_i} \quad (3.2.5)$$

où l'on a supposé que les erreurs relatives à la mesure de ces vecteurs sont isotropes et que les effets du bruit de mesure sont identiques.

Par ailleurs, le gyromètre de la centrale inertielle fournit une mesure de la vitesse angulaire du corps rigide considérée bruitée par un signal additionnel modélisé par un bruit blanc gaussien centré  $\nu_\omega$  et affectée d'un biais  $b_\omega$  supposé constant ou peu variable :

$$\omega_m = \omega + b_\omega + \nu_\omega \quad (3.2.6)$$

$\omega_m$  est la vitesse angulaire mesurée et  $\omega$  est la vitesse angulaire réelle.

Le biais  $b_\omega$  du gyromètre est supposé régir par un processus  $\nu_b$  considéré comme un bruit blanc gaussien centré modélisant la variation du biais :

$$\dot{b}_\omega = \nu_b \quad (3.2.7)$$

### 3.3 Estimation de l'attitude

L'estimation de l'attitude représentée par la matrice  $\hat{R}$  est réalisée à partir de la fusion de la vitesse angulaire  $\omega_m$  mesurée par la centrale inertielle et les vecteurs  $y_{n,i}$  et  $y_{k,i}$  calculés par l'étage vision voir la Figure 3.3.1. L'observateur estime aussi le biais  $b_\omega$  des gyromètres. La fusion des données des gyromètres et visuelles est réalisée par un filtre de Kalman type M.E.K.F. Le processus d'estimation est basé sur l'utilisation de sorties implicites qui réalise une double action, modélisation de l'erreur d'estimation et l'annulation de l'effet de tout mouvement de translation sur l'estimation de l'attitude.

Avant d'aborder le problème de l'estimation d'attitude, on commence d'abord par donner les conditions d'observabilité.

#### 3.3.1 Conditions d'observabilité

Il est bien connu que l'estimation de l'attitude en utilisant des mesures directes des vecteurs inertiels dans le repère mobile nécessite au moins deux vecteurs non colinéaires dans le repère inertiel (voir Shuster & OH (1981)). Pour l'utilisation des mesures implicites des vecteurs inertiels à partir de données visuelles, une analyse d'observabilité a été présentée par Rehbinder & Ghosh (2003) pour l'estimation de l'attitude en découplant le mouvement de rotation du mouvement de translation.

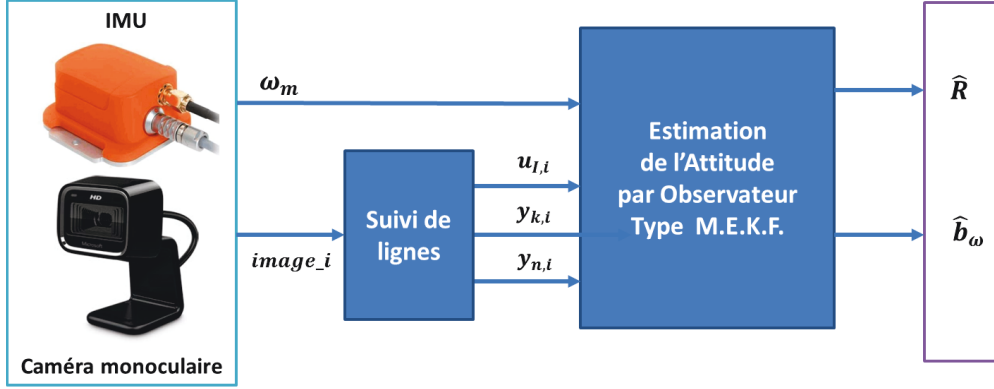


Figure 3.3.1 – Estimation de l'attitude par fusion de données visuelles et inertielles réalisée par un observateur type M.E.K.F

On considère le mouvement de rotation de l'objet rigide exprimé par l'équation cinématique :

$$\dot{R}(t) = R(t)S(\omega(t)) \quad (3.3.1)$$

où  $R$  est la matrice de rotation et  $\omega$  est la vitesse angulaire de l'objet rigide. À partir de l'équation (3.2.3), la sortie implicite du système vérifie l'équation suivante :

$$(R^T u_{\mathcal{I},i})^T n_{\mathcal{B},i}(t) = 0 \quad (3.3.2)$$

Rehbinder & Ghosh (2003), propose une étude de l'observabilité en imitant l'analyse d'observabilité standard d'un système linéaire mais réalisée en manipulant des matrices complexes. Puisque l'état évolue dans l'espace  $SO(3)$ , un sous groupe non observable, dans l'intervalle de temps  $[t_0, t_0 + T]$ , est formulé comme suit :

$$O_{SO(3)}^c = \left\{ \bar{R} \in SO(3) : u_{\mathcal{I},i}^T \bar{R} n_{\mathcal{I},i} = 0 \forall t \in [t_0, t_0 + T], i = 1, \dots, m \right\} \quad (3.3.3)$$

où  $n_{\mathcal{I},i}$  est le vecteur direction de la droite  $d_i$  exprimé dans le repère inertiel. Cette analyse d'observabilité a été revue par Wu *et al.* (2006) et une approche plus simple et plus intuitive a été présentée. Ainsi, la contrainte dans (3.3.3), a été reformulée sous la forme :

$$(\bar{R}^T u_{\mathcal{I},i})^T n_{\mathcal{I},i}(t) = 0 \forall t \in [t_0, t_0 + T], i = 1, \dots, m \quad (3.3.4)$$

Ce qui est équivalent à écrire :

$$\bar{R}^T u_{\mathcal{I},i} \in \{n_{\mathcal{I},i}(t) \forall t \in [t_0, t_0 + T]\}^\perp \quad (3.3.5)$$

où  $\{\cdot\}^\perp$  désigne le complément orthogonal.

Par ailleurs, puisque  $u_{\mathcal{I},i} \in \{n_{\mathcal{I},i}(t) \forall t \in [t_0, t_0 + T]\}^\perp$  alors  $\bar{R}^T u_{\mathcal{I},i} \in \text{span}\{u_{\mathcal{I},i}\}$ .  
Ce qui permet d'écrire :

$$\bar{R}^T u_{\mathcal{I},i} = \alpha u_{\mathcal{I},i} \quad (3.3.6)$$

où  $\alpha$  est un réel et puisqu'il s'agit du mouvement d'un corps rigide alors  $\alpha = \pm 1$ .  
Le problème d'observabilité est donc réduit à la résolution de l'équation suivante

$$\bar{R}^T u_{\mathcal{I},i} = \pm u_{\mathcal{I},i} \quad (3.3.7)$$

où  $\bar{R} \in SO(3)$ . Pour résoudre l'équation (3.3.7), Wu *et al.* (2006), proposent une solution à l'aide d'une représentation dans l'espace des quaternions. Afin de donner un aperçu de cette étude considérons le quaternion  $\bar{Q} = (\bar{q}_0, \bar{q}^T)^T \in \mathbb{S}^3$  correspondant à la rotation  $\bar{R} \in SO(3)$ . L'équation (3.3.7) peut s'écrire de la façon suivante :

$$\bar{Q} \odot u_{\mathcal{I},i} \odot \bar{Q}^{-1} = \pm u_{\mathcal{I},i} \quad (3.3.8)$$

où  $u_{\mathcal{I},i} = (0, u_{\mathcal{I},i}^T)^T$  est le quaternion correspondant au vecteur  $u_{\mathcal{I},i}$ . L'équation (3.3.8) peut se réécrire sous la forme suivante :

$$\bar{Q} \odot u_{\mathcal{I},i} \pm u_{\mathcal{I},i} \odot \bar{Q} = 0 \quad (3.3.9)$$

Pour résoudre cette équation, la solution proposée par Groß *et al.* (2001) a été utilisée. Ainsi, l'ensemble des solutions de l'équation (3.3.9) est donné comme suit :

$$\bar{Q} \in (\Omega_i^+ \cup \Omega_i^-) \cap \mathbb{S}^3 \quad (3.3.10)$$

avec

$$\Omega_i^+ = \{(0, \bar{q}^T)^T : \forall \bar{q} \in \{u_{\mathcal{I},i}\}^\perp\} \quad (3.3.11)$$

$$\Omega_i^- = \{(\bar{q}_0, \kappa u_{\mathcal{I},i}^T)^T : \forall \bar{q}_0, \kappa \in \mathbb{R}\} \quad (3.3.12)$$

d'où, le sous groupe non observable (3.3.3) est reformulé par Wu *et al.* (2006) sous la forme suivante :

$$O_{\mathbb{S}^3}^c = \bigcup_{i=1}^m (\Omega_i^+ \cup \Omega_i^-) \cap \mathbb{S}^3 \quad (3.3.13)$$

En fait, en utilisant la relation de Rodrigues (1.3.1),  $\mathcal{R}(\bar{Q}) = \bar{R}$ , on peut vérifier les solutions données par (3.3.10). Ainsi, l'équation (3.3.7) peut s'écrire comme suit :

$$(I - 2\bar{q}_0 S(\bar{q}) + 2S(\bar{q})^2) u_{\mathcal{I},i} = \pm u_{\mathcal{I},i} \quad (3.3.14)$$

En considérant le cas où  $\bar{R}^T u_{\mathcal{I},i} = u_{\mathcal{I},i}$ , l'équation (3.3.14) devient :

$$(S(\bar{q}) - \bar{q}_0 I) S(\bar{q}) u_{\mathcal{I},i} = 0 \quad (3.3.15)$$

Si  $\bar{q}_0 \neq 0$ , la matrice  $(S(\bar{q}) - \bar{q}_0 I)$  est non singulière d'où  $S(\bar{q})u_{\mathcal{I},i} = 0$ , ce qui veut dire que le vecteur  $\bar{q}$  est colinéaire à  $u_{\mathcal{I},i}$ . Si  $\bar{q}_0 = 0$ , on a  $S(\bar{q})^2 u_{\mathcal{I},i} = 0$  qui a comme solution, le vecteur  $\bar{q}$  est colinéaire à  $u_{\mathcal{I},i}$ . Dans ce cas, la solution est une rotation quelconque autour d'un axe parallèle au vecteur  $u_{\mathcal{I},i}$ , ce qui correspond à l'ensemble des solutions données par (3.3.12).

Dans le deuxième cas où  $\bar{R}^T u_{\mathcal{I},i} = -u_{\mathcal{I},i}$ , l'équation (3.3.14) devient :

$$(I - 2\bar{q}_0 S(\bar{q}) + 2S(\bar{q})^2)u_{\mathcal{I},i} = -u_{\mathcal{I},i} \quad (3.3.16)$$

Une solution de (3.3.16) existe si la trace de la matrice  $(I - 2\bar{q}_0 S(\bar{q}) + 2S(\bar{q})^2)$  est égale à  $-1$ . Or,  $\text{trace}(I - 2\bar{q}_0 S(\bar{q}) + 2S(\bar{q})^2) = 3 - 4\|\bar{q}\|$ . Donc, une solution existe si  $\|\bar{q}\| = 1$  ce qui équivaut à  $\bar{q}_0 = 0$ . Ainsi, pour  $\bar{q}_0 = 0$ , l'équation (3.3.16) devient  $S(\bar{q})^2 u_{\mathcal{I},i} = -u_{\mathcal{I},i}$  dont la solution existe si le vecteur  $\bar{q}$  est perpendiculaire à  $u_{\mathcal{I},i}$ . Dans ce cas, la solution est une rotation de  $\pi$  autour d'un axe perpendiculaire au vecteur  $u_{\mathcal{I},i}$ , ce qui correspond à la solution donnée par (3.3.11).

Enfin, l'estimation de l'attitude sera déterminée en fonction du nombre de droites observées et de leurs configurations dans la scène 3D. Ainsi, si l'on observe uniquement une seule droite, le sous groupe non observable est composé d'une rotation de  $\pi$  autour de l'axe perpendiculaire à cette droite et toutes rotations autour d'un axe parallèle à cette droite. En effet, comme cela a été précisé par [Rehbinder & Ghosh \(2003\)](#), si l'on observe que des droites verticales on ne peut reconstituer que les mouvements de roulis et tangage sans pouvoir estimer le mouvement de lacet. Dans le cas où l'on observe au moins deux droites linéairement indépendantes, si ces deux droites sont perpendiculaires alors l'état non observable consiste en deux rotations de  $\pi$  autour des axes parallèles à ces deux droites et d'une rotation de  $\pi$  autour de l'axe perpendiculaire au plan formé par ces deux droites.

Si l'on observe, trois droites linéairement indépendantes et qu'une droite est perpendiculaire aux deux autres droites, alors l'état non observable consiste en une rotation de  $\pi$  autour d'un axe parallèle à cette droite. En l'absence de ce cas, le système est complètement observable pour trois droites linéairement indépendantes.

Donc, pour l'estimation de l'attitude en utilisant des sorties implicites basées sur des données visuelles, l'observation et le suivi d'au moins trois lignes linéairement indépendantes assure à tout instant les conditions d'observabilité pour tout mouvement de l'objet rigide. Dans la section suivante, nous proposons la structure d'observateur conçu dans l'espace  $SO(3)$  pour l'estimation de l'attitude par fusion de données visuelles et de mesures des gyromètres avec estimation du biais des gyromètres.

### 3.3.2 Observateur dans SO(3) et M.E.K.F.

Le but étant d'estimer l'attitude représentée par  $R$  en utilisant la relation qui relie les vecteurs  $n_{\mathcal{B},i}$  et  $k_{\mathcal{B},i}$  donnée par la relation (3.2.3). La mesure de  $n_{\mathcal{B},i}$  est affectée par l'ambiguïté de signe définie par le paramètre  $\mu$  comme indiqué dans l'équation (3.2.4). Ce paramètre  $\mu$  pose un réel problème dans l'estimation de l'attitude comme il a été mentionné par Rehinder & Ghosh (2003). Pour le résoudre les auteurs utilisent la contrainte donnée par la relation (3.3.2) et proposent l'observateur suivant :

$$\begin{cases} \dot{\hat{R}} &= \hat{R}S(\omega - \sigma) \\ \sigma &= k_i \sum_{i=1}^N (n_i^T (\hat{R}^T u_{\mathcal{I},i})) S(n_{\mathcal{B},i}) \hat{R}^T u_{\mathcal{I},i} \end{cases} \quad (3.3.17)$$

où  $k_i$  est le gain de l'observateur et  $N$  représente le nombre de lignes à suivre. Les conditions d'une convergence locale à partir d'une analyse dans SO(3) et une estimation numérique de la région d'attraction ont été présentées pour le système d'équations (3.3.17). Le biais des gyromètres et le bruit des mesures n'ont pas été pris en compte par Rehinder & Ghosh (2003).

Dans notre démarche, nous proposons une estimation de l'attitude basée sur un observateur conçu dans SO(3) et dont le gain est obtenu en utilisant une structure M.E.K.F. L'estimation du biais des gyromètres est prise en compte dans cet observateur qui est donné comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{R}} &= \hat{R}S(\omega_m - \sigma) \\ \sigma &= \hat{b}_\omega - K_n \Phi(y_n, \hat{y}_n) \\ \dot{\hat{b}}_\omega &= K_\omega \Phi(y_n, \hat{y}_n) \end{cases} \quad (3.3.18)$$

où

- $K_n \in \mathbb{R}^{3 \times 3N}$  et  $K_\omega \in \mathbb{R}^{3 \times 3N}$  sont les gains de l'observateur qui seront déterminés en se basant sur le principe du filtre de Kalman.
- $\Phi(y_n, \hat{y}_n) \in \mathbb{R}^{3N}$  est le terme de correction d'erreur défini par :

$$\Phi(y_n, \hat{y}_n) = \text{diag}(S^2(y_{n,1}), \dots, S^2(y_{n,N})) \hat{y}_n \quad (3.3.19)$$

- $y_n = [y_{n,1}^T, \dots, y_{n,N}^T]^T$  représente la mesure implicite de  $N$  lignes  $l_i$  dans la scène 3D et correspondant à leur projection dans le plan image. A chaque ligne  $l_i$  est associé un vecteur direction normalisé  $u_{\mathcal{I},i}$  connu dans le repère inertiel.
- $\hat{y}_n = [\hat{y}_{n,1}^T, \dots, \hat{y}_{n,N}^T]^T$  représente l'estimation du vecteur  $y_n$  et chaque vecteur direction est donné par :

$$\hat{y}_{n,i} = y_{k,i} \times \hat{R}^T u_{\mathcal{I},i} \quad , \quad i = 1, \dots, N$$



—  $\hat{b}_\omega$  correspond au biais estimé des gyromètres.

*Remarque 1.* Le terme de correction représenté par la relation (3.3.19) est basé sur une erreur de colinéarité entre le vecteur de mesure et son estimé sous forme d'un produit vectoriel  $S(y_{n,i})\hat{y}_{n,i}$ , et pour faire face au problème de l'ambiguïté de signe, nous utilisons l'expression suivante :

$$S^2(y_{n,i})\hat{y}_{n,i} = y_{n,i}(y_{n,i}^T \hat{y}_{n,i}) - \hat{y}_{n,i} \quad (3.3.20)$$

Les vecteurs mesures  $y_{n,i}$  et  $y_{k,i}$  sont entachés de bruit considéré blanc gaussien et centré, désigné par  $\nu_c$  voir les équations (3.2.4, 3.2.5). De même, la mesure de la vitesse angulaire est affectée par le biais  $b_\omega$  et un bruit blanc gaussien, désigné par  $\nu_\omega$  voir l'équation (3.2.6).

La mise au point de la structure M.E.K.F. est basée sur le calcul de l'erreur d'estimation de l'attitude donnée par  $\tilde{R} = R\hat{R}^T$  et dont l'objectif est de faire tendre cette erreur vers  $I$  (matrice identité). Par équivalence, l'erreur du quaternion est définie par  $\tilde{Q} = (\tilde{q}_0, \tilde{q})$  tel que  $\tilde{R} = \mathcal{R}(\tilde{Q}) = \mathcal{R}(Q \odot \hat{Q}^{-1})$  avec  $\tilde{R} = I \Leftrightarrow \tilde{Q} = (\pm 1, 0)$ . A partir de la relation donnant l'erreur du quaternion, on peut exprimer la dynamique de l'erreur d'estimation d'attitude par la relation :

$$\dot{\tilde{Q}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\tilde{q}^T \\ \tilde{q}_0 I + S(\tilde{q}) \end{bmatrix} \tilde{\omega} \quad (3.3.21)$$

où  $\tilde{\omega} = \hat{R}(\sigma - b_\omega - \nu_\omega)$ . Nous pouvons voir que l'erreur  $\tilde{Q}$  dépend des termes  $\sigma$ ,  $\nu_\omega$  et  $b_\omega$  dont les variations peuvent être considérées faibles. Ce qui peut justifier le fait de considérer la variation de l'erreur  $\tilde{Q}$  comme équivalente à une petite rotation autour de  $(1, \mathbf{0})$  et ainsi écrire  $\tilde{Q} \approx (1, \tilde{q})$ , d'où l'on peut écrire :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{q}} &= \frac{1}{2} (I + S(\tilde{q})) \hat{R}(\sigma - b_\omega - \nu_\omega) \\ &= \frac{1}{2} \hat{R}(\sigma - b_\omega - \nu_\omega) - \frac{1}{2} \hat{R}S(\sigma - b_\omega - \nu_\omega) \hat{R}^T \tilde{q} \end{aligned} \quad (3.3.22)$$

de plus le terme  $S(\nu_\omega) \hat{R}^T \tilde{q}$  est très faible et peut être ignoré devant la matrice identité  $I$ , on obtient alors :

$$\dot{\tilde{q}} = \frac{1}{2} \hat{R}((\sigma - b_\omega - \nu_\omega) - S(\sigma - b_\omega) \hat{R}^T \tilde{q}) \quad (3.3.23)$$

a présent, définissons  $x = \hat{R}^T \tilde{q}$ . Sa dérivée en fonction du temps est

$$\dot{x} = \dot{\hat{R}}^T \tilde{q} + \hat{R}^T \dot{\tilde{q}} \quad (3.3.24)$$

En utilisant l'expression de  $\dot{\hat{R}}$  dans (3.3.18) et l'équation (3.3.23) on obtient :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -S(\omega_m - \sigma)x + \frac{1}{2}(\sigma - b_\omega - \nu_\omega) + \frac{1}{2}S(\sigma - b_\omega)x \\ &= -\frac{1}{2}S(2\omega_m - b_\omega - \sigma)x + \frac{1}{2}(\sigma - b_\omega - \nu_\omega)\end{aligned}\quad (3.3.25)$$

En utilisant les équations (3.2.3), (3.2.4) et (3.2.5), nous pouvons écrire le vecteur de mesure  $n_{m_i}$  en remplaçant le produit vectoriel par la matrice antisymétrique  $S(\cdot)$  par :

$$\begin{aligned}y_{n,i} &= \mu_i(k_{B,i} \times R^T u_{\mathcal{I},i} + \nu_{c_i}) \\ &= \mu_i(S(k_{B,i} - \nu_{c_i})R^T u_{\mathcal{I},i} + \nu_{c_i})\end{aligned}\quad (3.3.26)$$

Ainsi, en introduisant l'erreur d'estimation d'attitude  $\tilde{R}$ , on obtient :

$$y_{n,i} = \mu_i(S(k_{B,i} - \nu_{c_i})\hat{R}^T \tilde{R}^T u_{\mathcal{I},i} + \nu_{c_i})\quad (3.3.27)$$

Puis en utilisant la formule de Rodrigues (1.3.1) avec l'approximation  $\tilde{Q}$ , nous avons  $\tilde{R} \approx I + 2S(\tilde{q})$ , et l'équation (3.3.27) devient :

$$y_{n,i} \approx \mu_i(S(k_{B,i})\hat{R}^T u_{\mathcal{I},i} + 2S(k_{B,i})S(\hat{R}^T u_{\mathcal{I},i})x + (I + S(\hat{R}^T u_{\mathcal{I},i}))\nu_{c_i})\quad (3.3.28)$$

où nous avons substitué  $\hat{R}^T \tilde{q}$  par  $x$  et négligé le terme  $S(\nu_{c_i})S(\hat{R}^T u_{\mathcal{I},i})x$ . En substituant  $S(k_{B,i})\hat{R}^T u_{\mathcal{I},i}$  par  $\hat{y}_{n,i}$ , nous pouvons écrire :

$$y_{n,i} \approx \mu_i(\hat{y}_{n,i} + 2S(y_{k,i})S(\hat{R}^T u_{\mathcal{I},i})x + (I + S(\hat{R}^T u_{\mathcal{I},i}))\nu_{c_i})\quad (3.3.29)$$

En utilisant l'expression (3.3.29) dans le terme de correction (3.3.20) en considérant  $\mu_i = \pm 1$  et  $\hat{y}_{n,i}^T \hat{y}_{n,i} = 1$ , on a :

$$\begin{aligned}S^2(y_{n,i})\hat{y}_{n,i} &= y_{n,i}(y_{n,i}^T \hat{y}_{n,i}) - \hat{y}_{n,i} \\ &\approx (\hat{y}_{n,i} + 2S(y_{k,i})S(\hat{R}^T u_{\mathcal{I},i})x + (I + S(\hat{R}^T u_{\mathcal{I},i}))\nu_{c_i}) \\ &\quad (1 + \hat{y}_{n,i}^T (2S(y_{k,i})S(\hat{R}^T u_{\mathcal{I},i})x + (I + S(\hat{R}^T u_{\mathcal{I},i}))\nu_{c_i})) - \hat{y}_{n,i}\end{aligned}\quad (3.3.30)$$

Le développement de l'expression (3.3.30) en négligeant les termes d'ordre supérieur en  $x$  et  $\nu_{c_i}$ , donne :

$$S^2(y_{n,i})\hat{y}_{n,i} \approx (I + \hat{y}_{n,i}\hat{y}_{n,i}^T)(2S(y_{k,i})S(\hat{R}^T u_{\mathcal{I},i})x + (I + S(\hat{R}^T u_{\mathcal{I},i}))\nu_{c_i})\quad (3.3.31)$$

Nous pouvons voir que les termes de correction  $S^2(y_{n,i})\hat{y}_{n,i}$  nous permettent de résoudre le problème de paramètre inconnu  $\mu_i$  dans la mesure du vecteur normal

$y_{n,i}$ . Ainsi, nous pouvons écrire le terme de correction  $\Phi(y_n, \hat{y}_n)$  sous forme de matrice :

$$\Phi(y_n, \hat{y}_n) = G_n(H_n x + L_n \nu_c) \quad (3.3.32)$$

avec le vecteur de bruit  $\nu_c^T = [\nu_{c1}^T, \dots, \nu_{cN}^T]$  et les matrices  $H_n \in \mathbb{R}^{3N \times 3}$ ,  $L_n \in \mathbb{R}^{3N \times 3N}$  et  $G_n \in \mathbb{R}^{3N \times 3N}$  données par :

$$\begin{aligned} H_n &= \begin{bmatrix} 2S(k_{1_m})S(\hat{R}^T u_{\mathcal{I},1}) \\ \vdots \\ 2S(k_{N_m})S(\hat{R}^T u_{\mathcal{I},N}) \end{bmatrix} \\ L_n &= \begin{bmatrix} (S(\hat{R}^T u_{\mathcal{I},1}) + I) & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & (S(\hat{R}^T u_{\mathcal{I},N}) + I) \end{bmatrix} \\ G_n &= \begin{bmatrix} I + \hat{n}_1 \hat{n}_1^T & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & I + \hat{n}_N \hat{n}_N^T \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.3.33)$$

Ainsi, en utilisant l'équation (3.3.32) et l'expression de  $\sigma$  dans (3.3.18), la dynamique de l'erreur (3.3.25) devient :

$$\dot{x} = \left( -S(\omega_m - \hat{b}_\omega) - \frac{1}{2}K_n G_n H_n \right) x - \frac{1}{2}\tilde{b}_\omega - \frac{1}{2}K_n G_n L_n \nu_c - \frac{1}{2}\nu_\omega \quad (3.3.34)$$

où les termes  $K_n(G_n H_n x + L_n \nu_c)x$  et  $S(\tilde{b}_\omega)x$  ont été négligés, et où  $\tilde{b}_\omega = b_\omega - \hat{b}_\omega$  est l'erreur d'estimation du biais avec la dynamique obtenue à partir de la dynamique de  $\dot{\hat{b}}_\omega$  dans (3.3.18) et l'équation (3.2.7), comme suit :

$$\dot{\tilde{b}}_\omega = -K_\omega G_n H_n x - K_\omega G_n L_n \nu_c + \nu_b \quad (3.3.35)$$

Pour étudier l'évolution de la dynamique de  $x$  et de  $\tilde{b}_\omega$ , nous définissons le vecteur augmenté  $\mathcal{Z}^T = [x^T, \tilde{b}_\omega^T]$ , puis à partir des équations dynamiques (3.3.34) et (3.3.35) nous pouvons obtenir la structure du filtre de Kalman suivante :

$$\dot{\mathcal{Z}} = (A - KGH)\mathcal{Z} - KGL_n \nu_c + M\nu_{\omega,b} \quad (3.3.36)$$

où les matrices  $A \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ ,  $K \in \mathbb{R}^{6 \times 3N}$ ,  $H \in \mathbb{R}^{3N \times 6}$  et  $M \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  sont :

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -S(\omega_m - \hat{b}_\omega) & -\frac{1}{2}I \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}; \quad H = \begin{bmatrix} H_n & 0_{3N \times 3} \end{bmatrix} \\ M &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}I & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \end{bmatrix}; \quad K = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}K_n \\ K_\omega \end{bmatrix} \\ G &= \begin{bmatrix} G_n & 0_{3N \times 3N} \\ 0_{3N \times 3N} & G_n \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.3.37)$$

Le vecteur  $\nu_{\omega,b}^T = [\nu_{\omega}^T, \nu_b^T]$  regroupe le bruit des gyromètres et le processus de variation du biais supposé être un processus gaussien de moyenne nulle. La matrice d'auto-covariance de ce vecteur est la suivante :

$$E \left\{ \nu_{\omega,b}(t) \nu_{\omega,b}^T(\tau) \right\} = Q_E \delta(t - \tau) \quad (3.3.38)$$

où  $Q_E \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  est une matrice symétrique définie positive et  $E \{ \cdot \}$  est l'opérateur d'espérance. Aussi le bruit de mesure de l'image est supposé gaussien de moyenne nulle avec l'auto-covariance correspondante :

$$E \left\{ \nu_c \nu_c^T \right\} = R_E \delta(t - \tau) \quad (3.3.39)$$

où  $R_E \in \mathbb{R}^{3N \times 3N}$  est symétrique et définie positive.

La covariance de la dynamique de l'erreur donnée dans l'équation (3.3.36) est définie comme suit :

$$P = E \left\{ \mathcal{Z} \mathcal{Z}^T \right\} \quad (3.3.40)$$

Ensuite, nous obtenons la propagation de la covariance :

$$\begin{aligned} \dot{P} = & [A - KGH] P + P [A - KGH]^T \\ & + M Q_E M^T + K G L_n R_E L_n^T G^T K^T \end{aligned} \quad (3.3.41)$$

En supposant que  $\mathcal{Z}$ ,  $\nu_{\omega,b}$  et  $\nu_c$  ne sont pas corrélés, le gain  $K$  est obtenu par minimisation de la trace de  $\dot{P}$  comme donné par [Crassidis & Junkins \(2011\)](#) :

$$K = P H^T (L_n R_E L_n^T)^{-1} G^{-1} \quad (3.3.42)$$

En résumé, à partir du suivi de certaines caractéristiques de l'image (points et lignes) et l'utilisation de gyromètres, il est possible de fusionner ces données pour estimer le mouvement de rotation d'un corps rigide dans l'espace 3D. L'estimation est réalisée à l'aide de l'observateur donné par l'équation (3.3.18) avec le gain des matrices  $K_n$  et  $K_{\omega}$  exprimés par l'équation (3.3.42).

## 3.4 Résultats de simulations

Pour valider et tester l'efficacité de la méthode d'estimation proposée dans ce chapitre, nous avons recours à l'utilisation d'image de synthèse réalisées avec l'outil de simulation Matlab/Simulink et la librairie OpenCV pour générer une séquence d'images traduisant le mouvement de la caméra. Le processus de traitement et d'analyse pour le suivi des caractéristiques de l'image (points et lignes) est décrit dans la section 2 du chapitre 2. Ainsi, on présente d'abord les conditions de simulations décrivant le mouvement de la caméra considéré comme une référence pour comparer les résultats de l'observateur. On donnera aussi les paramètres de la mise en oeuvre de l'algorithme d'estimation de l'attitude et du biais des gyromètres. Une comparaison avec l'observateur donné par l'équation (3.3.17) présenté par [Rehbinder & Ghosh \(2003\)](#) sera donnée.

### 3.4.1 Conditions de simulations

Initialement, la caméra est placée aux coordonnées  $(0,0,10)$ . Un mouvement de rotation combiné (roulis, tangage et lacet) combiné avec un mouvement de translation est appliqué à la caméra comme le montre la Figure 3.4.1. Ce test a été effectué sur une durée de 50 secondes. Trois droites fixes  $d_1$ ,  $d_2$  et  $d_3$  sont fixées dans l'environnement de la scène et se trouvent à chaque instant dans le champ visuel de la caméra.

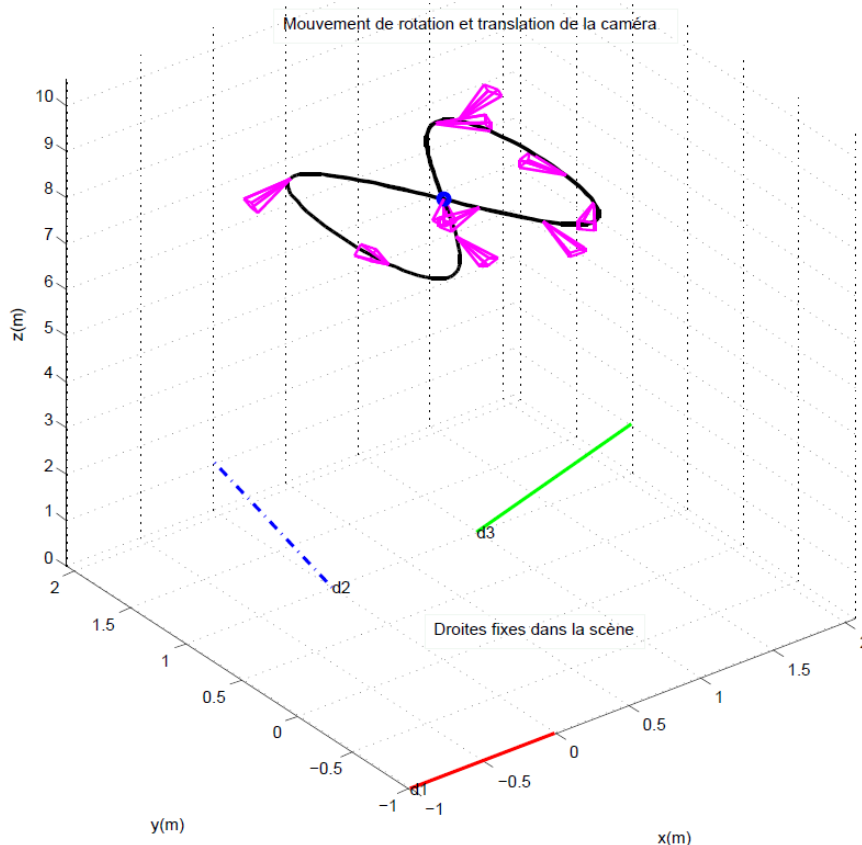


FIGURE 3.4.1 – Trajectoire de la caméra pour une durée de 50 secondes.

Dans le Tableau 3.1, une présentation est faite des conditions du test liées au mouvement de la caméra, les positions des droites dans la scène 3D ainsi que les caractéristiques liées aux mesures des gyromètres (biais et bruit). Les mesures implicites des directions lors du mouvement de la caméra sont obtenues par l'Algorithme de suivi de lignes 2.2 présenté dans le Chapitre 2. Dans le Tableau 3.2 sont présentés les paramètres de l'observateur.

Paramètres	Valeurs			
Trajectoire de la caméra	$Pc(t_0) = (0, 0, 10),$ $Pc(t) \quad = \quad Pc(t_0) \quad + (\frac{20\pi}{180}Sin(5t), \quad \frac{20\pi}{180}Sin(10t), 0)$			
Les lignes	Ligne	Longueur	Coordonnées d'un point	Direction
	$l_1$	1	$X_1 = (-1, -1, 0)$	$d_1 = (0, -1, 0)$
	$l_2$	1.5	$X_2 = (0, 1, 0)$	$d_2 = (0, 1, 1)/sqrt(2)$
	$l_3$	1.5	$X_3 = (1, 1, 0)$	$d_3 = (1, 0, 1)/sqrt(2)$
Le gyromètre	Biais : $(5, -5, 2)[^\circ/s]$ , Bruit : $\sigma_{v_b} = 0.01[rad/s]$			

TABLE 3.1 – Valeurs des paramètres de simulation (observateur M.E.K.F)

Capteur	Covariance du bruit de mesures
Caméra	$R = \begin{bmatrix} r_1 * I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & r_2 * I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & r_3 * I_{3 \times 3} \end{bmatrix}$ avec $r_1 = 0.007, r_2 = 0.007$ et $r_3 = 0.007$
Gyromètres	$Q = \begin{bmatrix} \text{diag}(\text{cov}_w) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & qb * I_{3 \times 3} \end{bmatrix}$ $\text{cov}_w = \text{diag}([0.01 \ 0.01 \ 0.01])$ $qb = 2.5 * 10^{-4} [^\circ/\text{s}]$

TABLE 3.2 – Paramètres de l'observateur ( M.E.K.F.)

### 3.4.2 Résultats obtenus

L'estimation de l'attitude dépend de l'efficacité du suivi des lignes observées par la caméra en utilisant l'Algorithme 2.2. A partir du suivi des lignes, la mesure du vecteur normal au plan de projection de chaque ligne sélectionnée ainsi que le vecteur  $k$  considéré le long de la direction de la projection 2D d'un point de cette ligne. Ces vecteurs de mesures sont fournis sous la forme de données par les relations (3.2.4) et (3.2.5). Ainsi, à partir de l'Algorithme, on obtient les mesures présentées dans la Figure 3.4.2 pour la première ligne  $l_1$ . Dans cette figure, les mesures obtenues sont comparées aux vecteurs de références simulés dans Matlab/Simulink pour générer les images de synthèse. On observe les mesures obtenues correspondant aux vecteurs de références ( $n_{B,1}$  et  $k_{B,1}$ ) mais avec un bruit additif qui n'est pas simulé mais qui provient des images de synthèses. Dans la Figure 3.4.3, les vecteurs de mesure correspondant au suivi de la ligne  $l_2$  sont présentés. On observe que les mesures obtenues correspondent aux vecteurs de références ( $n_{B,2}$  et  $k_{B,2}$ ) mais on constate une inversion de signe dans la mesure du vecteur  $n_{B,2}$ . Ceci

correspond à l'ambiguïté de signe représentée par le paramètre  $\mu = \{-1, 1\}$  comme cela a été évoquée précédemment dans la Section 3.2. Ce résultat montre l'efficacité de l'Algorithme 2.2 à suivre parfaitement les lignes sélectionnées.

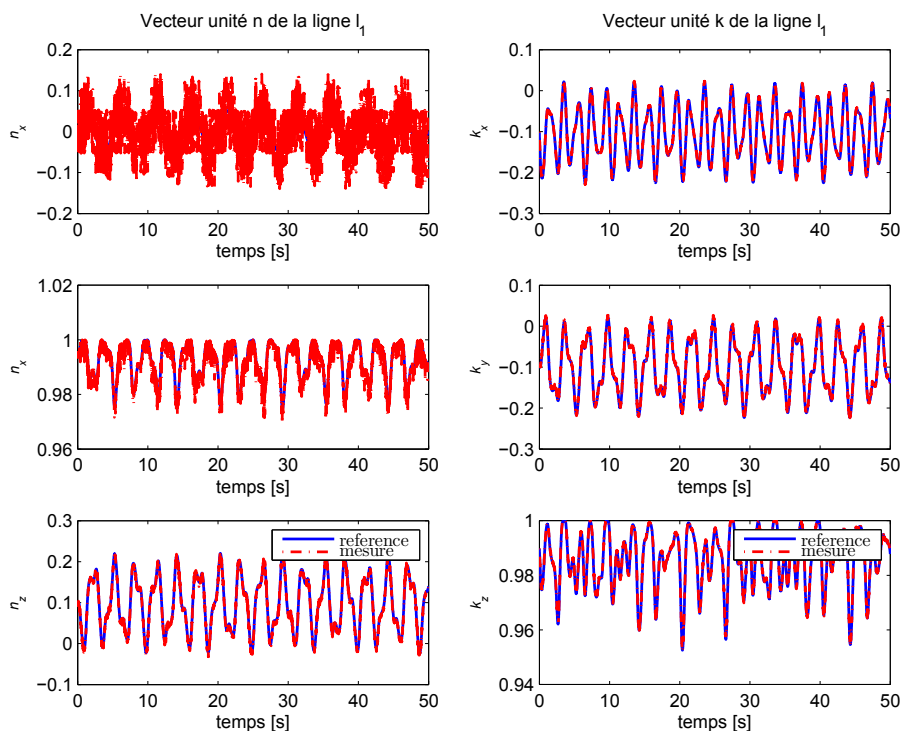


Figure 3.4.2 – Les mesures des vecteurs (n, k) et leurs références correspondant à la ligne  $l_1$

Ces mesures issues de données visuelles sont ensuite fusionnées avec les mesures des gyromètres, considérées avec du bruit et un biais comme indiqué dans le Tableau 3.1, afin d'estimer le mouvement de rotation de la caméra. L'ensemble de ces mesures est donc utilisé dans l'observateur (3.3.18) avec l'équation de propagation de la covariance (3.3.41) et le gain donné dans (3.3.42) ainsi que les paramètres donnés dans le Tableau 3.2. Dans ces conditions, on obtient les résultats présentés dans les figures 3.4.4, 3.4.5 et 3.4.6. Dans la Figure 3.4.4, l'estimation de l'attitude ou l'orientation de la caméra selon les trois axes, roulis, tangage et lacet, est présentée. Dans la Figure 3.4.5, on présente l'erreur d'estimation de l'attitude et on observe une bonne estimation du mouvement de rotation de la caméra après une phase transitoire correspondant au temps de convergence de l'observateur. En effet, l'observateur a été initialisé avec une erreur en attitude de  $10^\circ$  sur chaque axe de rotation. Ce résultat est obtenu pour un mouvement combinant rotation et translation comme le montre la trajectoire de la caméra (voir la Figure 3.4.1). Ce

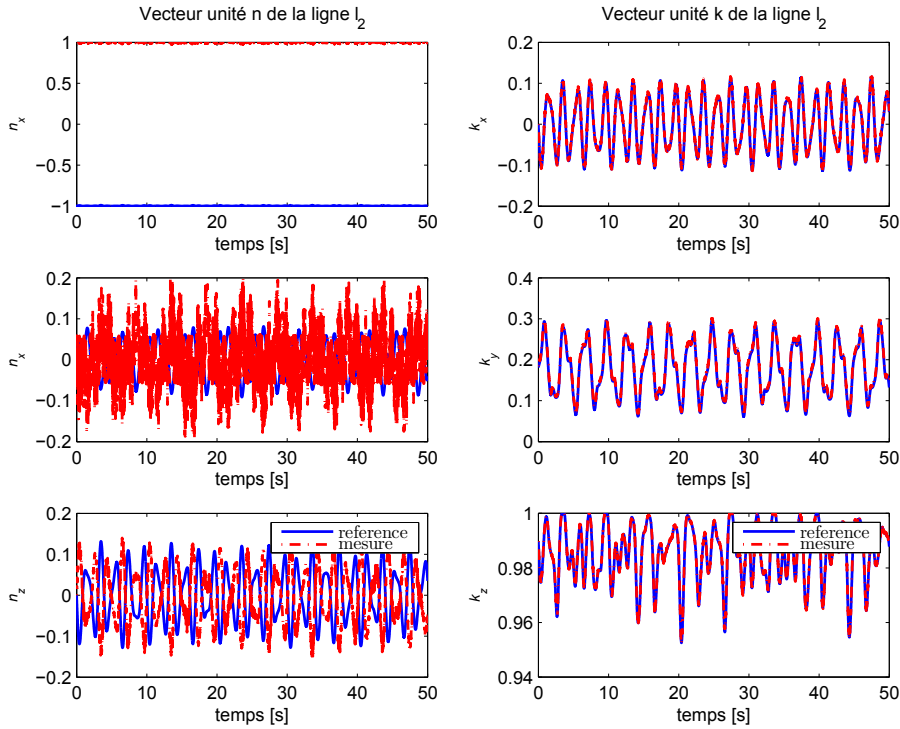


Figure 3.4.3 – Les mesures des vecteurs  $(n, k)$  et leurs références correspondant à la ligne  $l_2$

résultat est acceptable malgré que les mesures sont entachées de défauts tels que les bruits de mesures et le biais comme pour les gyromètres. Ainsi, cet observateur permet de fournir une bonne estimation des biais des gyromètres comme le montre la Figure 3.4.6.

Une comparaison avec l'observateur (3.3.17) proposé par Rehinder & Ghosh (2003) avec un gain fixe égal à  $k = 15$  est présentée dans la Figure 3.4.7. Dans cet essai, le biais des gyromètres n'a pas été introduit puisqu'il n'est pas considéré dans l'observateur (3.3.17) mais les bruits de mesures sont présents. Dans cette figure les résultats de l'observateur (3.3.17) sont signalés dans la légende avec l'indice "RHG" et ceux obtenus avec l'observateur (3.3.18) sont signalés avec "MEKF". Les deux observateurs ont été initialisés avec la même erreur en attitude ( $10^\circ$  sur chaque axe de rotation). On remarque que les deux observateurs permettent d'avoir une bonne estimation du mouvement de rotation. Comme le montre la Figure 3.4.8 présentant les erreurs d'estimation, l'observateur (3.3.17) de type Luenberger (voir Luenberger (1964, 1966)) converge plus rapidement que l'observateur (3.3.18) basé sur un filtre de Kalman mais ce dernier prend l'avantage sur le premier vis-vis des bruits de mesures.



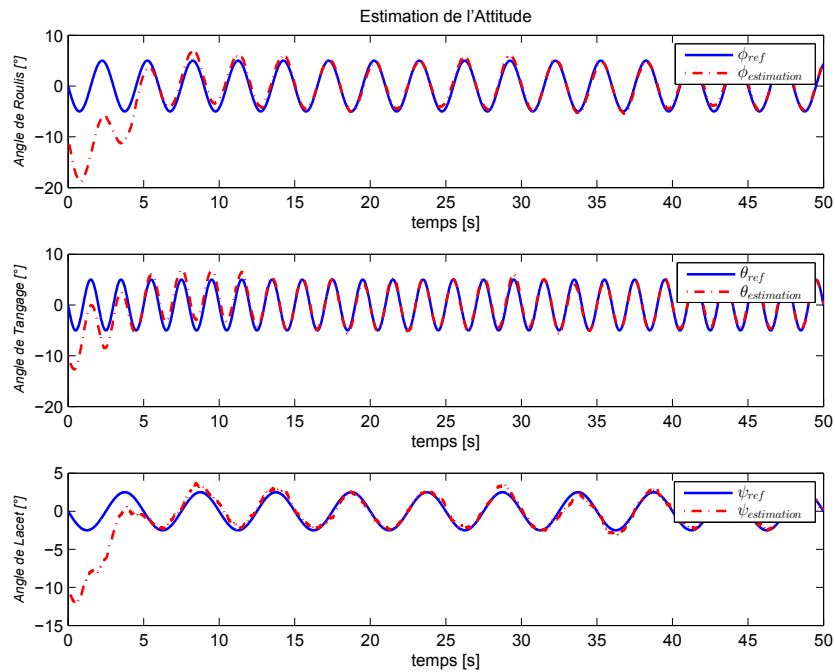


Figure 3.4.4 – Estimation de l'attitude présentée par les angles de roulis, tangage et lacet

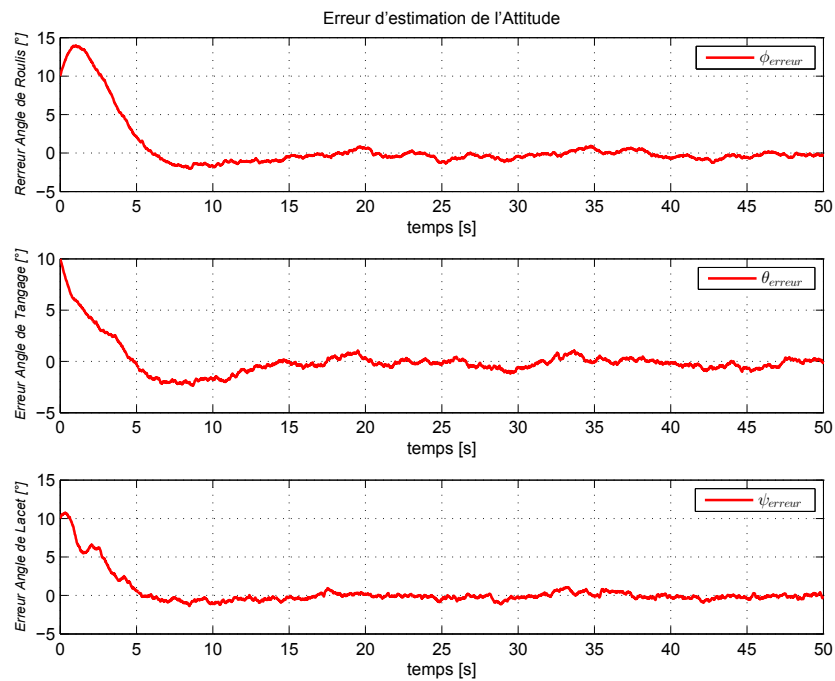


Figure 3.4.5 – Erreur d'estimation de l'attitude

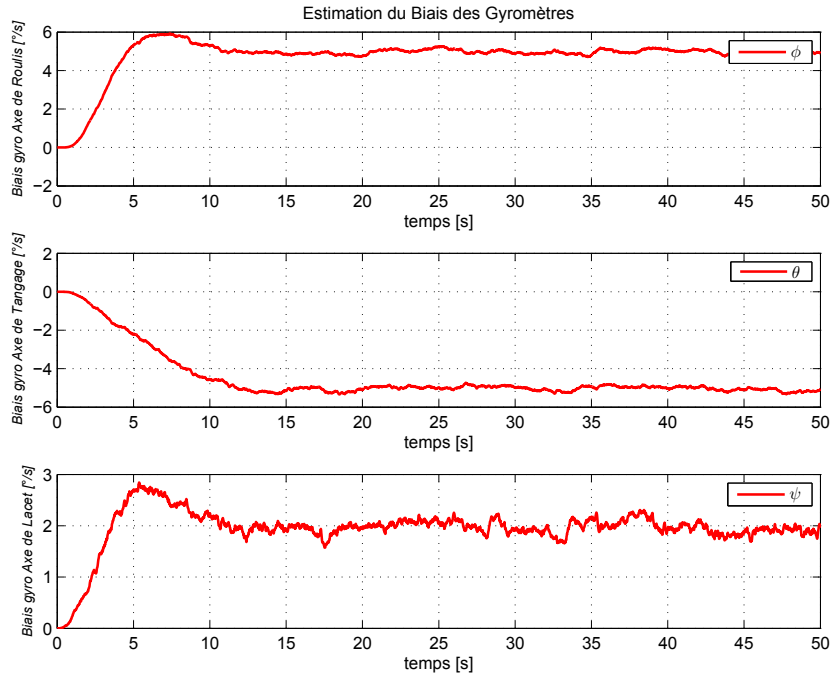


Figure 3.4.6 – Estimation du biais du gyromètre

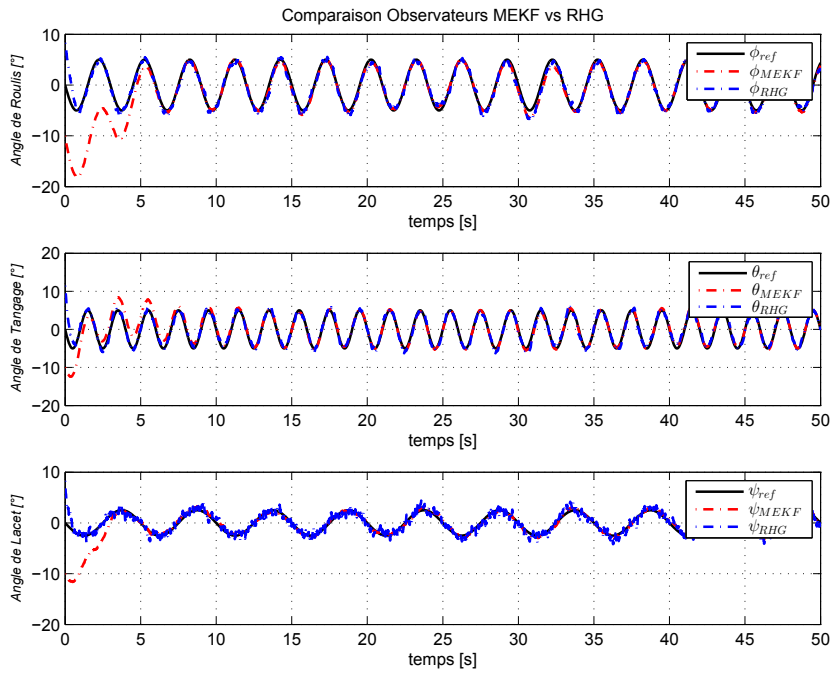


Figure 3.4.7 – Comparaison entre deux méthodes d'estimation de l'attitude : Observateur MEKF (voir 3.3.18) vs observateur RHG (voir 3.3.17)

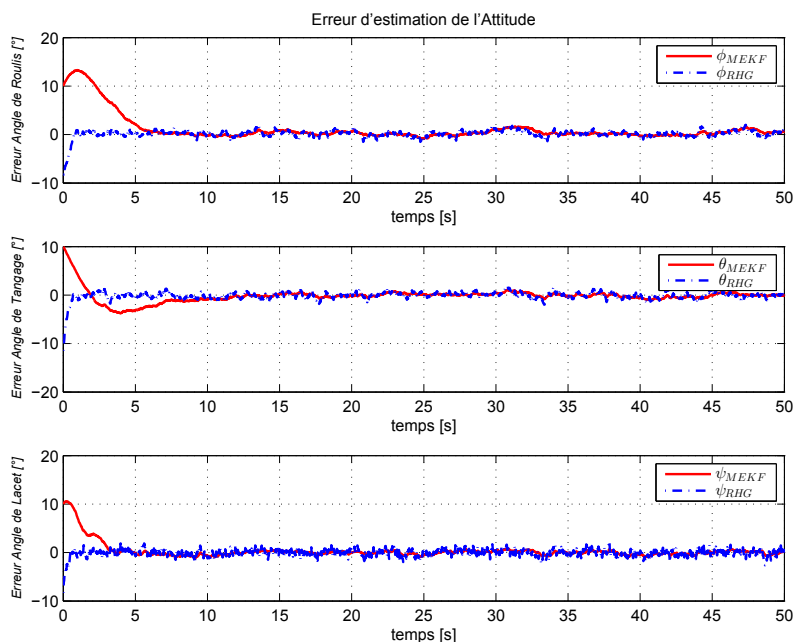


Figure 3.4.8 – Erreur d'estimation de l'attitude : Observateur MEKF (3.3.18) vs RHG (3.3.17)

## 3.5 Conclusion

Une nouvelle méthode d'estimation de l'attitude basée sur la fusion de données visuelles utilisant le suivi de lignes avec les mesures de gyromètres est proposée. Cet observateur est conçu directement dans l'espace  $SO(3)$  mais il est basé sur une structure d'un filtre de Kalman type M.E.K.F. pour la détermination du gain optimal de cet observateur. Cet observateur est inspiré de (3.3.17) proposée par Rehbindler & Ghosh (2003) mais il introduit une autre technique de correction pour prendre en compte le biais des gyromètres tout en évitant le problème de l'ambiguïté de signe liée à la mesure implicite des vecteurs directions des lignes observées. Des tests avec des séquences d'images de synthèses correspondant à un mouvement simulé de la caméra dans un environnement 3D, montrent l'efficacité de cet observateur à reconstruire le mouvement de rotation même dans le cas d'une translation. Une comparaison avec l'observateur (3.3.17) a été présentée. Ainsi, l'efficacité de l'observateur proposé vis-à-vis des bruits de mesure et du biais des gyromètres a été montrée. Ces résultats devront aussi être validés dans le cas des images réelles avec une approche d'implémentation dans un système embarqué. Les résultats obtenus restent toutefois très prometteurs et permettent d'envisager l'estimation de la pose en général d'un corps rigide. Ce problème sera traité dans le chapitre suivant.

## Chapitre 4

# Estimation de la pose d'un corps rigide à partir de la fusion de données visuelles et inertielles

### 4.1 Introduction

Le challenge lancé dans ce chapitre est l'estimation simultanée de la position et de l'orientation d'un corps rigide en mouvement dans l'espace 3D. Nous examinerons en particulier le mouvement de translation du corps rigide par rapport à une cible fixe de la scène 3D. Ainsi, deux observateurs sont proposés pour l'estimation de la vitesse absolue et de la position relative du corps rigide par rapport à la cible. Le premier est un observateur en cascade avec découplage entre l'estimation de l'attitude et l'estimation de la position. L'estimation issue de l'observateur d'attitude, proposée dans le chapitre 3, alimente un observateur non linéaire utilisant des mesures issues des accéléromètres combinées aux données visuelles. Le deuxième observateur, conçu directement dans  $SE(3)$ , utilise un filtre de Kalman de type M.E.K.F. afin d'estimer la pose par fusion de données inertielles et visuelles. Les performances des observateurs proposés sont illustrées et validées en simulation en utilisant des images de synthèse.

### 4.2 Modélisation du mouvement de translation à sortie implicite

Le mouvement de translation d'un corps rigide dans une scène 3D décrit par les équations de Newton (1.3.5) dans le repère inertiel  $\mathcal{I}$  peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{p}_{\mathcal{I}} &= v_{\mathcal{I}} \\ \dot{v}_{\mathcal{I}} &= a_{\mathcal{I}} + ge_3 \end{cases} \quad (4.2.1)$$

où  $p_{\mathcal{I}}$ ,  $v_{\mathcal{I}}$  représentent respectivement la position et la vitesse dans le repère inertiel du corps rigide.  $a_{\mathcal{I}}$  est l'accélération apparente qui est reliée à la mesure  $a_{\mathcal{B}}$  donnée par l'accéléromètre trois axes par  $a_{\mathcal{I}} = Ra_{\mathcal{B}} \cdot e_3^T = (0, 0, 1)$  et  $g$  est l'accélération de la gravité.

Pour reconstituer le mouvement de translation, on considère les hypothèses ci-dessous :

**Hypothèse 1.** *Le repère du corps rigide et le repère de la caméra sont confondus*

**Hypothèse 2.** *On observe trois lignes droites  $d_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) concourantes en un point commun  $\xi_{\mathcal{I}}$ , fixe dans la scène 3D et on estime la position relative du corps rigide par rapport à ce point.*

Soit  $\xi_{\mathcal{I}}$  le point d'intersection des trois lignes droites  $d_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) tel que spécifié par l'hypothèse 2, le mouvement de translation (4.2.1) peut être écrit par :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(p_{\mathcal{I}}(t) - \xi_{\mathcal{I}}) &= v_{\mathcal{I}} \\ \frac{d}{dt}v_{\mathcal{I}}(t) &= Ra_{\mathcal{B}} + ge_3 \end{cases} \quad (4.2.2)$$

où  $R$  est la matrice de rotation et l'accélération  $a_{\mathcal{B}}$  exprimée dans le repère mobile  $\mathcal{B}$  et qui peut être mesurée par un accéléromètre trois axes.

Si l'on considère que  $\hat{R}$  est l'estimation de la matrice de rotation  $R$ . Le modèle (4.2.2) peut se mettre sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(p_{\mathcal{I}}(t) - \xi_{\mathcal{I}}) &= v_{\mathcal{I}} \\ \frac{d}{dt}v_{\mathcal{I}}(t) &= \hat{R}a_{\mathcal{B}} + ge_3 + (I - \tilde{R}^T)a_{\mathcal{I}} \end{cases} \quad (4.2.3)$$

avec  $\tilde{R} = R\hat{R}^T$  est l'erreur d'estimation de l'attitude.

La mesure implicite des vecteurs direction des lignes droites observées est obtenue par l'algorithme de suivi de lignes présenté dans le chapitre 2. Cette mesure est exprimée dans le repère mobile  $\mathcal{B}$ . Soient,  $n_{\mathcal{B},i}$ , ( $i = 1, 2, 3$ ), les vecteurs de mesure correspondant respectivement à la projection des trois lignes droites  $d_i$ , ( $i = 1, 2, 3$ ). Ainsi, la mesure implicite des vecteurs direction des lignes droites  $d_i$ , ( $i = 1, 2, 3$ ) exprimée dans le repère  $\mathcal{I}$  peut être donnée en considérant l'estimation de la matrice de rotation  $\hat{R}$ , comme suit :

$$\hat{y}_{\mathcal{I},i}(t) = \mu \hat{R} n_{\mathcal{B},i}(t), \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.2.4)$$

où  $\hat{y}_{\mathcal{I},i}$  représente une estimation de la mesure implicite dans le repère  $\mathcal{I}$ .  $\mu$  est le paramètre correspondant à l'ambiguïté de signe.

Note 1. Dans (4.2.4), la mesure de  $n_{\mathcal{B},i}$  est supposée sans bruit.

Sachant que le vecteur  $y_{\mathcal{I},i}(t) = Rn_{\mathcal{B},i}(t)$  est orthogonal au plan formé par la ligne droite  $d_i$  et la droite passant par le point d'intersection  $\xi_{\mathcal{I}}$  et le point  $p_{\mathcal{I}}$  correspondant à la position de la caméra (voir Section 1.3.2), alors nous avons :

$$(p_{\mathcal{I}}(t) - \xi_{\mathcal{I}})^T y_{\mathcal{I},i}(t) = 0 \quad (4.2.5)$$

En utilisant l'estimation de  $y_{\mathcal{I},i}$  donnée par (4.2.4), nous pouvons écrire que :

$$(p_{\mathcal{I}}(t) - \xi_{\mathcal{I}})^T \hat{y}_{\mathcal{I},i}(t) = (p_{\mathcal{I}}(t) - \xi_{\mathcal{I}})^T (I - \tilde{R}^T) y_{\mathcal{I},i}(t) \quad (4.2.6)$$

Ainsi, si nous disposons d'une estimation parfaite de la matrice de rotation, alors nous avons  $\tilde{R} \rightarrow I$ . D'où, nous pouvons transformer les équations (4.2.3) et (4.2.5) comme suit :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(p_{\mathcal{I}}(t) - \xi_{\mathcal{I}}) &= v_{\mathcal{I}} \\ \frac{d}{dt}v_{\mathcal{I}}(t) &= \hat{R}a_{\mathcal{B}} + ge_3 \\ 0 &= (p_{\mathcal{I}}(t) - \xi_{\mathcal{I}})^T \hat{y}_{\mathcal{I},i}(t) \text{ pour } i = 1, 2, 3 \end{cases} \quad (4.2.7)$$

où l'on a supposé que  $I - \tilde{R}^T \rightarrow 0$ .

En considérant comme mesure, l'accélération  $a_{\mathcal{B}}$  et les vecteur  $\hat{y}_{\mathcal{I},i}$  ( $i = 1, 2, 3$ ), nous allons définir le vecteur d'état par  $z^T = [(p_{\mathcal{I}}(t) - \xi_{\mathcal{I}})^T, v_{\mathcal{I}}^T]$ . Les sorties implicites seront définies telles que  $(p_{\mathcal{I}}(t) - \xi_{\mathcal{I}})^T \hat{y}_{\mathcal{I},i} = [\hat{y}_{\mathcal{I},i}^T, 0] z$  pour  $i = 1, 2, 3$ . Ainsi, nous pouvons écrire (4.2.7) comme un système linéaire à sortie implicite (voir Rehinder & Ghosh (2003)) :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) &= Az(t) + g(t) \\ 0 &= B(\hat{y}(t))z(t) \end{cases} \quad (4.2.8)$$

où le vecteur  $g(t) \in \mathbb{R}^3$  et les matrices  $A \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  et  $B \in \mathbb{R}^{3 \times 6}$  sont donnés par

$$A = \begin{pmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad g(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{R}a + ge_3 \end{pmatrix}, \quad B(\hat{y}(t)) = \begin{pmatrix} \hat{y}_{\mathcal{I},1}^T(t) & 0 \\ \hat{y}_{\mathcal{I},2}^T(t) & 0 \\ \hat{y}_{\mathcal{I},3}^T(t) & 0 \end{pmatrix}$$

La quantité mesurable  $\hat{y}(t)$  est liée au vecteur d'état  $z$  par la contrainte :

$$h(z(t), \hat{y}(t)) = B(\hat{y}(t))z(t) = 0, \quad \forall t \quad (4.2.9)$$

Le système (4.2.8) est similaire aux systèmes linéaires instationnaires du fait que la matrice  $B$  varie en fonction de  $y(t)$ . Ce système est instable puisque le spectre  $\sigma(\lambda)$  de la matrice  $A$  est composé d'une valeur propre strictement négative  $\lambda_1 = -1$  de

multiplicité 3 et d'une valeur propre strictement positive  $\lambda_2 = 1$  aussi de multiplicité 3. Dans l'étude présentée par [Matveev et al. \(2000\)](#), les auteurs proposent un observateur type Luenberger pour un système à sortie implicite et marginalement stable. Un tel observateur ne peut pas être appliqué au système (4.2.8) comme il a été précisé par [Rehbinder & Ghosh \(2003\)](#). Pour les systèmes affines à état implicite, un observateur explicite est proposé dans l'étude présentée par [Mota Grajales et al. \(2011\)](#). Cet observateur de type Kalman fournit simultanément l'estimation de l'état et des variables implicites. [Rodrigues et al. \(2010\)](#) propose un observateur non linéaire conçu dans l'espace  $SE(3)$  pour un système d'asservissement visuel décrit comme un système à sortie implicite. Il fournit l'estimation de l'orientation et la position d'un objet en considérant des points fixes dont leurs coordonnées sont supposées connues dans l'espace de la scène. Dans la section suivante, nous proposons tout d'abord un observateur en cascade en utilisant le modèle (4.2.8) basé sur une estimation parfaite de la matrice de rotation. Par la suite, un observateur sera proposé directement dans  $SE(3)$  en se basant sur le modèle (4.2.3).

### 4.3 Estimation de la pose par un observateur cascade

Le processus d'estimation de la pose sera réalisé à partir d'un observateur en cascade décrit par le diagramme de la Figure 4.3.1. Dans une première étape, on estime l'attitude  $\hat{R}$  et le biais  $\hat{b}_\omega$  du gyroscope, à partir de la fusion de la vitesse angulaire  $\omega_m$  mesurée par les gyromètres et les vecteurs  $y_{n,i}$  et  $y_{k,i}$  fournis par l'algorithme de suivi de lignes de l'étage vision. La fusion des données visuelles et mesures des gyromètres est réalisée par un observateur basé sur un filtre de Kalman type M.E.K.F. présenté dans le chapitre 2 (Section 3.3). Dans une deuxième étape, on utilise un observateur type Luenberger ([Luenberger \(1964\)](#)) basé sur l'estimée de l'attitude  $\hat{R}$  et le biais  $\hat{b}_\omega$  fournie par le premier observateur, la mesure de l'accélération  $a_B$  et des sorties implicites décrites précédemment (Section 4.2) afin d'estimer la position relative et la vitesse absolue de la caméra.

Avant, de proposer l'observateur pour le mouvement de translation du système (4.2.8), nous allons examiner l'observabilité en nous basant sur les sorties implicites. Puisque, le système est similaire à la classe de système linéaires instationnaires étudiés par [Matveev et al. \(2000\)](#), le système est observable s'il existe deux réels positifs  $\epsilon > 0$  et  $T > 0$  tel que le Grammien d'observabilité pour tout  $t_0 > 0$  vérifie la condition suivante :

$$W(t_0, T) = \int_{t_0}^{t_0+T} e^{A\tau} B(y(\tau)) B(y(\tau))^T e^{A^T \tau} d\tau \geq \epsilon I \quad (4.3.1)$$

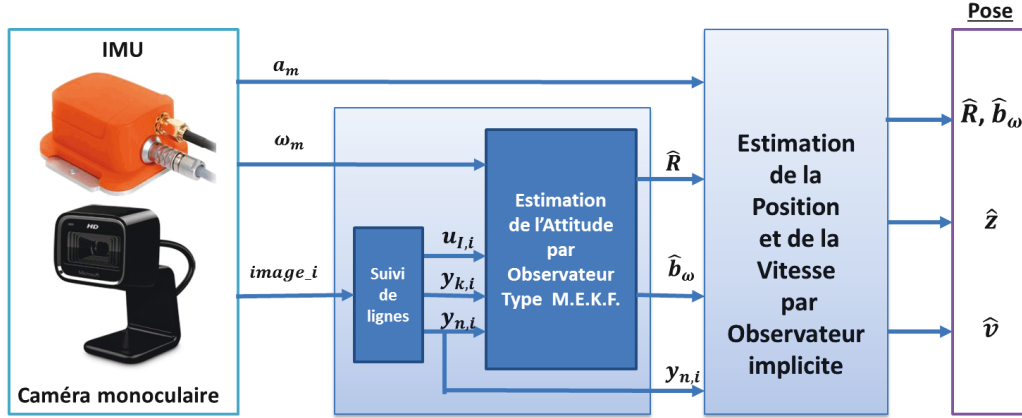


Figure 4.3.1 – Estimation de la pose par un Observateur à deux étapes

La condition (4.3.1) peut être vérifiée en considérant les matrices  $A$  et  $B$  du système (4.2.8). Ainsi, on peut calculer :

$$W(t_0, T) = \int_{t_0}^{t_0+T} e^{(A+A^T)\tau} d\tau \quad (4.3.2)$$

puisque  $B(y(\tau))B(y(\tau))^T = I_6$  avec  $I_6 \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  est la matrice identité. En diagonalisant la matrice  $\bar{A} = A + A^T$ , la relation (4.3.2) devient :

$$W(t_0, T) = \Xi \left( \int_{t_0}^{t_0+T} e^{D\tau} d\tau \right) \Xi^T \quad (4.3.3)$$

où la matrice  $\Xi \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  de passage ayant comme colonnes les vecteurs propres de la matrice  $\bar{A}$  et  $D \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  est la matrice diagonale, telles que :

$$\Xi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -I & I \\ I & I \end{bmatrix} \quad ; \quad D = \begin{bmatrix} -I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

où la matrice  $I \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  est la matrice identité.

Or

$$\int_{t_0}^{t_0+T} e^{D\tau} d\tau = \begin{bmatrix} \int_{t_0}^{t_0+T} e^{-I\tau} d\tau & 0 \\ 0 & \int_{t_0}^{t_0+T} e^{I\tau} d\tau \end{bmatrix}$$

qu'on peut calculer facilement comme :

$$\int_{t_0}^{t_0+T} e^{D\tau} d\tau = \begin{bmatrix} \alpha_- I & 0 \\ 0 & \alpha_+ I \end{bmatrix}$$



avec  $\alpha_- = e^{-t_0} - e^{-(t_0+T)} > 0$  et  $\alpha_+ = e^{(t_0+T)} - e^{t_0} > 0$ . On peut montrer que pour tout  $t_0 > 0$

$$x^T W(t_0, T) x \geq \alpha_- \|x\|^2 \quad ; \quad \forall x \in \mathbb{R}^6$$

la condition (4.3.1) est donc bien vérifiée, ce qui permet de conclure que le système (4.2.8) est observable.

Nous proposons l'observateur suivant :

$$\dot{\hat{z}} = A\hat{z} + g(t) + P(t)B(t)^T R B(t)\hat{z} \quad (4.3.4)$$

la matrice  $P$  est la solution de l'équation de Riccati suivante :

$$\dot{P} = P(t)A^T + AP(t) - P(t)B(t)^T R B(t)P(t) + Q \quad (4.3.5)$$

où les matrices  $Q, R \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  sont symétriques définies positives.

En utilisant (4.2.9), l'observateur peut s'écrire sous la forme suivante

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}} &= A\hat{z} + g(t) + L(t)(h(z, y) - h(\hat{z}, y)) \\ h(\hat{z}, y) &= B(y(t))\hat{z} \end{cases} \quad (4.3.6)$$

Le système (4.3.6) peut être vu comme un observateur du type Kalman où le gain  $L(t) = P(t)B(t)^T R$ .

**Proposition 1.** *On considère le système (4.2.8) et l'observateur défini par (4.3.4) et (4.3.5) avec les hypothèses (1) et (2), alors l'erreur d'observation  $\tilde{z} = z - \hat{z}$  converge exponentiellement vers 0.*

*Démonstration.* La dynamique de l'erreur de l'observateur en utilisant les équations (4.2.8), (4.2.9) et (4.3.6) est sous la forme suivante :

$$\dot{\tilde{z}} = (A - L(t)B(t))\tilde{z} \quad (4.3.7)$$

Pour montrer la convergence de l'estimateur, nous considérons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(t) = \tilde{z}^T P(t)^{-1} \tilde{z} \quad (4.3.8)$$

Sa dérivée temporelle s'écrit

$$\dot{V}(t) = \dot{\tilde{z}}^T P(t)^{-1} \tilde{z} + \tilde{z}^T P(t)^{-1} \dot{\tilde{z}} + \tilde{z}^T \dot{P}(t)^{-1} \tilde{z} \quad (4.3.9)$$

En utilisant l'équation dynamique (4.3.7) et le fait que  $\dot{P}^{-1} = P^{-1}\dot{P}P^{-1}$ , nous aboutissons à :

$$\dot{V}(t) = \tilde{z}^T P(t)^{-1} \left( P(t)A^T + AP(t) - P(t)B(t)^T L(t)^T - L(t)B(t)P(t) - \dot{P}(t) \right) P(t)^{-1} \tilde{z} \quad (4.3.10)$$

En remplaçant l'expression de  $L(t)$  donnée par (4.3.10), on obtient :

$$\dot{V}(t) = \tilde{z}^T P(t)^{-1} \left( P(t)A^T + AP(t) - 2P(t)B(t)^T R B(t)P(t) - \dot{P}(t) \right) P(t)^{-1} \tilde{z} \quad (4.3.11)$$

L'équation (4.3.11) s'écrit en utilisant l'expression (4.3.5) comme suit :

$$\dot{V}(t) = -\tilde{z}^T P(t)^{-1} (Q + P B^T R B P) P(t)^{-1} \tilde{z} \quad (4.3.12)$$

Sachant que la solution  $P$ , de l'équation de Riccati (4.3.5) existe puisque la condition d'observabilité est (4.3.1) et cette solution est symétrique définie positive, alors la dérivée de la fonction de Lyapunov (4.3.8) est décroissante. De plus, on peut écrire aussi que :

$$\dot{V}(t) \leq -\frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)} V(t) \quad (4.3.13)$$

où  $\lambda_{\min}(\cdot)$  et  $\lambda_{\max}(\cdot)$  désignent respectivement la valeur propre minimale et la valeur propre maximale d'une matrice.

D'où l'on conclut à la convergence exponentielle de l'erreur d'observation.  $\square$

Dans cette méthode d'estimation de la pose, l'observateur cascade fournit d'abord l'estimation de la matrice de rotation en utilisant l'observateur (3.3.18) proposé dans la Section 3.3 et ensuite cette dernière est utilisée comme une mesure dans l'observateur (4.3.4) pour l'estimation de la position relative et la vitesse du corps rigide. L'erreur d'estimation de la matrice de rotation n'est pas prise en compte et il est de même pour le bruit de mesure des capteurs. Ainsi dans la section suivante nous tenons compte dans le modèle de la translation utilisé pour l'estimation de la position, de l'erreur d'estimation de l'attitude et du bruit de mesure des capteurs et nous proposons un observateur estimant simultanément l'attitude, la position relative et la vitesse du corps rigide.

## 4.4 Estimation de la pose par un observateur dans $SE(3)$

Dans cette section, nous considérons l'équation cinématique du mouvement de rotation (3.3.1) et le modèle de translation (4.2.3) pour proposer un observateur estimant simultanément l'attitude, la position relative et la vitesse du corps rigide voir la Figure 4.4.1.

Les hypothèse (1) et (2) sont aussi supposées vraies dans ce cas. Ainsi, le suivi de trois lignes droites et les mesures implicites de leurs vecteurs direction seront utilisées et fournies comme dans les relations (3.2.4) et (3.2.5). Le modèle des gyromètres et leur mesure est donnée en considérant les équations (3.2.6) et (3.2.7).

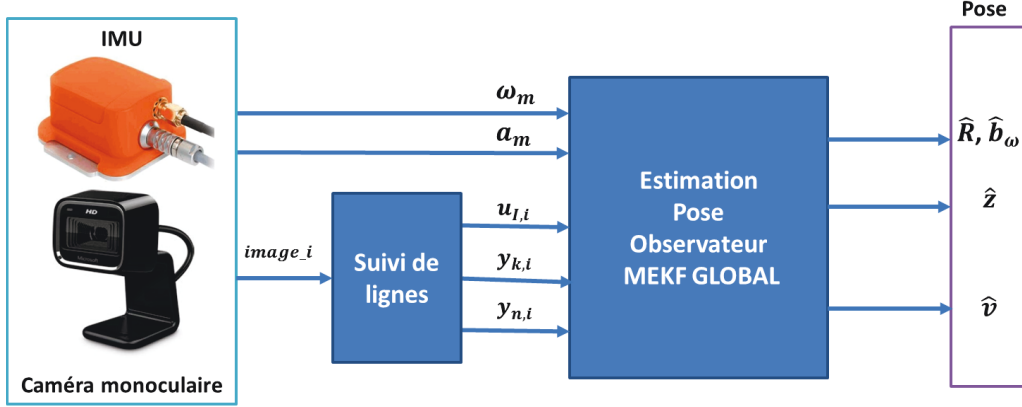


FIGURE 4.4.1 – Estimation de la Pose par un observateur global

On note  $\chi_{\mathcal{I}}(t) = p(t) - \xi_{\mathcal{I}}$  la position relative du corps rigide dans le repère  $\{\mathcal{I}\}$  par rapport au point d'intersection  $\xi_{\mathcal{I}}$ , de trois droites observées considérées comme cible. Le modèle de translation (4.2.3) s'écrit alors :

$$\begin{cases} \dot{\chi}_{\mathcal{I}}(t) &= v_{\mathcal{I}}(t) \\ \dot{v}_{\mathcal{I}}(t) &= \hat{R}a_{\mathcal{B}} + ge_3 + (I - \tilde{R}^T)a_{\mathcal{I}} \end{cases} \quad (4.4.1)$$

Ainsi, nous proposons l'observateur conçu dans  $SE(3)$  et dont les gains seront calculés en utilisant la structure d'un filtre de Kalman de type M.E.K.F. de façon similaire à l'observateur de la Section 3.3. L'observateur est donné sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{R}} &= \hat{R}S(\omega(t) - \sigma(t)) \\ \dot{\hat{\chi}}_{\mathcal{I}}(t) &= \hat{v}_{\mathcal{I}}(t) + K_{\chi}(t)h(\hat{\chi}_{\mathcal{I}}, \hat{y}_{\mathcal{I}}) \\ \dot{\hat{v}}_{\mathcal{I}}(t) &= \hat{R}a_{\mathcal{B}} + ge_3 + K_v(t)h(\hat{\chi}_{\mathcal{I}}, \hat{y}_{\mathcal{I}}) \\ \dot{\sigma}(t) &= \hat{b}_{\omega}(t) - K_n(t)\Phi(y_n, \hat{y}_n) \\ h(\hat{\chi}_{\mathcal{I}}, \hat{y}_{\mathcal{I}}) &= B(\hat{y}_{\mathcal{I}}(t))\hat{\chi}_{\mathcal{I}}(t) \\ \dot{\hat{b}}_{\omega}(t) &= K_{\omega}(t)\Phi(y_n, \hat{y}_n), \end{cases} \quad (4.4.2)$$

où

- $\hat{R}, \hat{\chi}_{\mathcal{I}}$ , et  $\hat{v}_{\mathcal{I}}$  sont respectivement les estimations de l'attitude, de la position relative et de la vitesse du corps rigide ;
- $K_{\chi}(t) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ ,  $K_v(t) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ ,  $K_n(t) \in \mathbb{R}^{3 \times 9}$  et  $K_{\omega}(t) \in \mathbb{R}^{3 \times 9}$  sont des matrices de gain ;
- Le terme correctif  $\Phi(y_n, \hat{y}_n) \in \mathbb{R}^9$  est donné par

$$\Phi(y_n, \hat{y}_n) = \text{diag}(S^2(y_{n,1}), S^2(y_{n,2}), S^2(y_{n,3}))\hat{y}_n, \quad (4.4.3)$$

- $y_n = [y_{n,1}^T, y_{n,2}^T, y_{n,3}^T]^T$  représente la mesure implicite des 3 lignes droites considérées dans l'hypothèse (2),
- $\hat{y}_n = [\hat{y}_{n,1}^T, \hat{y}_{n,2}^T, \hat{y}_{n,3}^T]^T$  représente l'estimation du vecteur  $y_n$  et chaque vecteur direction est donné par

$$\hat{y}_{n,i} = y_{k,i} \times \hat{R}^T u_{\mathcal{I},i} \quad , \quad i = 1, 2, 3$$

- $\hat{y}_{\mathcal{I}} = [\hat{y}_{\mathcal{I},1}^T, \hat{y}_{\mathcal{I},2}^T, \hat{y}_{\mathcal{I},3}^T]$  et où  $\hat{y}_{\mathcal{I},i}(t)$  est donné par (4.2.4) pour  $i = 1, 2, 3$ ;
- La matrice  $B(\hat{y}_{\mathcal{I}}) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  est donnée par

$$B(\hat{y}_{\mathcal{I}}) = \begin{pmatrix} \hat{y}_{\mathcal{I},1}^T(t) \\ \hat{y}_{\mathcal{I},2}^T(t) \\ \hat{y}_{\mathcal{I},3}^T(t) \end{pmatrix} \quad (4.4.4)$$

- $\hat{b}_\omega$  correspond à l'estimation du biais des gyromètres.
- $a_{\bar{\mathcal{B}}}$  est la mesure bruitée de l'accéléromètre telle que  $a_{\bar{\mathcal{B}}} = a_{\mathcal{B}} + \nu_a$ , où  $\nu_a$  correspond au bruit additif supposé blanc Gaussien.

Pour déterminer les matrices de gain de l'observateur (4.4.2), nous adoptons la même démarche que pour l'observateur (3.3.18) dans la Section 3.3. En utilisant aussi les mêmes arguments, les erreurs d'estimation de l'attitude et du biais des gyromètres sont calculés de la même façon et les équations (3.3.32), (3.3.33), (3.3.34) et (3.3.35) restent valables.

Maintenant, considérons le modèle de translation (4.4.1) et en utilisant l'approximation  $\hat{R} \approx I + 2S(\tilde{q})$ , on peut écrire :

$$\begin{cases} \dot{\chi}_{\mathcal{I}}(t) &= v_{\mathcal{I}}(t) \\ \dot{v}_{\mathcal{I}}(t) &= \hat{R}a_{\mathcal{B}} + ge_3 - 2S(\tilde{q})a_{\mathcal{I}} \end{cases} \quad (4.4.5)$$

Soient  $\tilde{\chi}_{\mathcal{I}} = \chi_{\mathcal{I}} - \hat{\chi}_{\mathcal{I}}$  et  $\tilde{v}_{\mathcal{I}} = v_{\mathcal{I}} - \hat{v}_{\mathcal{I}}$  les erreurs d'observation respectivement de la position relative et de la vitesse alors nous pouvons obtenir la dynamique suivante :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\chi}}_{\mathcal{I}}(t) &= \tilde{v}_{\mathcal{I}}(t) - K_{\chi}(t)h(\hat{\chi}_{\mathcal{I}}, \hat{y}_{\mathcal{I}}) \\ \dot{\tilde{v}}_{\mathcal{I}}(t) &= -\hat{R}\nu_a + 2S(a_{\mathcal{I}})\tilde{q} - K_v(t)h(\hat{\chi}_{\mathcal{I}}, \hat{y}_{\mathcal{I}}) \end{cases} \quad (4.4.6)$$

En utilisant  $x = \hat{R}^T \tilde{q}$  et en négligeant les termes d'ordre supérieur en  $x$  et  $\nu_a$ , on réécrit le système (4.4.6) comme :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\chi}}_{\mathcal{I}}(t) &= \tilde{v}_{\mathcal{I}}(t) - K_{\chi}(t)h(\hat{\chi}_{\mathcal{I}}, \hat{y}_{\mathcal{I}}) \\ \dot{\tilde{v}}_{\mathcal{I}}(t) &= -2\hat{R}S(a_{\bar{\mathcal{B}}})x - \hat{R}\nu_a - K_v(t)h(\hat{\chi}_{\mathcal{I}}, \hat{y}_{\mathcal{I}}) \end{cases} \quad (4.4.7)$$

Pour développer le terme de correction  $h(\hat{\chi}_{\mathcal{I}}, \hat{y}_{\mathcal{I}})$ , nous développons d'abord le produit scalaire  $\hat{\chi}_{\mathcal{I}}^T \hat{y}_{\mathcal{I},i}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) :

$$\begin{aligned}\hat{\chi}_{\mathcal{I}}^T \hat{y}_{\mathcal{I},i} &= (\chi_{\mathcal{I}}^T - \tilde{\chi}_{\mathcal{I}}^T) \hat{R}(n_{\mathcal{B},i} + \nu_{c_i}) \\ &= (\chi_{\mathcal{I}}^T - \tilde{\chi}_{\mathcal{I}}^T) \tilde{R}^T R(n_{\mathcal{B},i} + \nu_{c_i}) \\ &= (\chi_{\mathcal{I}}^T - \tilde{\chi}_{\mathcal{I}}^T) (I - 2S(\tilde{q})) R(n_{\mathcal{B},i} + \nu_{c_i})\end{aligned}$$

Utilisant le fait que  $\chi_{\mathcal{I}}^T R n_{\mathcal{B},i} = 0$  et en négligeant les termes d'ordre supérieur en  $x$ ,  $\tilde{\chi}_{\mathcal{I}}$  et  $\nu_{c_i}$ , on obtient :

$$\hat{\chi}_{\mathcal{I}}^T \hat{y}_{\mathcal{I},i} = 2\hat{\chi}_{\mathcal{I}}^T \hat{R} S(y_{n,i})x - \hat{y}_{\mathcal{I},i}^T \tilde{\chi}_{\mathcal{I}} + \hat{\chi}_{\mathcal{I}}^T \hat{R} \nu_{c_i}$$

Ainsi, le terme de correction  $h(\hat{\chi}_{\mathcal{I}}, \hat{y}_{\mathcal{I}})$  peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$h(\hat{\chi}_{\mathcal{I}}, \hat{y}_{\mathcal{I}}) = H_x x + B \tilde{\chi}_{\mathcal{I}} + L_{\chi} \nu_c$$

où la matrice  $B$  est donnée par (4.4.4) et les matrices  $H_x \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  et  $L_{\chi} \in \mathbb{R}^{3 \times 9}$  sont telles que :

$$H_x = \begin{bmatrix} -2\hat{\chi}_{\mathcal{I}}^T \hat{R} S(y_{n,1}) \\ -2\hat{\chi}_{\mathcal{I}}^T \hat{R} S(y_{n,2}) \\ -2\hat{\chi}_{\mathcal{I}}^T \hat{R} S(y_{n,3}) \end{bmatrix}, \quad L_{\chi} = \begin{bmatrix} -\hat{\chi}_{\mathcal{I}}^T \hat{R} & 0 & 0 \\ 0 & -\hat{\chi}_{\mathcal{I}}^T \hat{R} & 0 \\ 0 & 0 & -\hat{\chi}_{\mathcal{I}}^T \hat{R} \end{bmatrix}$$

Alors, la dynamique de l'erreur (4.4.7) peut se réécrire comme :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\chi}}_{\mathcal{I}} &= -K_{\chi} H_x x - K_{\chi} B \tilde{\chi}_{\mathcal{I}} + \tilde{v}_I - K_{\chi} L_{\chi} \nu_c \\ \dot{\tilde{v}}_{\mathcal{I}} &= -(2\hat{R} S(a_{\tilde{\mathcal{B}}}) + K_v H_x) x - K_v B \tilde{\chi}_{\mathcal{I}} - \hat{R} \nu_a - K_v L_{\chi} \nu_c \end{cases} \quad (4.4.8)$$

Finalement la dynamique de l'erreur d'observation en combinant (3.3.34), (3.3.35) et (4.4.8), on obtient le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} &= -\left(S(\omega_m - \hat{b}_{\omega}) + \frac{1}{2} K_n G_n H_n\right) x - \frac{1}{2} (\tilde{b}_{\omega} + K_n G_n L_n \nu_c + \nu_{\omega}) \\ \dot{\tilde{b}}_{\omega} &= -K_{\omega} G_n H_n x - K_{\omega} G_n L_n \nu_c + \nu_b \\ \dot{\tilde{\chi}}_{\mathcal{I}} &= -K_{\chi} H_x x - K_{\chi} B \tilde{\chi}_{\mathcal{I}} + \tilde{v}_I - K_{\chi} L_{\chi} \nu_c \\ \dot{\tilde{v}}_{\mathcal{I}} &= -(2\hat{R} S(a_{\tilde{\mathcal{B}}}) + K_v H_x) x - K_v B \tilde{\chi}_{\mathcal{I}} - \hat{R} \nu_a - K_v L_{\chi} \nu_c \end{cases} \quad (4.4.9)$$

Soit  $\mathcal{Z}$  le vecteur d'état défini par  $\mathcal{Z} = [x^T, \tilde{b}_{\omega}^T, \tilde{\chi}_{\mathcal{I}}^T, \tilde{v}_{\mathcal{I}}^T]^T \in \mathbb{R}^{12}$ , alors nous pouvons écrire la forme d'un filtre de Kalman :

$$\dot{\mathcal{Z}} = (\bar{A} - \bar{K} \bar{G} \bar{H}) \mathcal{Z} - \bar{K} \bar{G} L_{n\chi} \nu_c + \bar{M} \nu_{\omega, b, a}, \quad (4.4.10)$$

avec  $\bar{A} \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$ ,  $\bar{K} \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$ ,  $\bar{H} \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$ ,  $\bar{G} \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$ ,  $L_{n\chi} \in \mathbb{R}^{12 \times 9}$  et  $M \in \mathbb{R}^{12 \times 9}$  sont des matrices définies comme suit :

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \begin{bmatrix} -S(\omega_m - \hat{b}_\omega) & -\frac{1}{2}I & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & I \\ -2\hat{R}S(a_{\bar{g}}) & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}; \quad \bar{H} = \begin{bmatrix} H_n & 0_{9 \times 3} & 0_{9 \times 3} & 0_{9 \times 3} \\ H_x & 0_{3 \times 3} & B & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \\ \bar{M} &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}I & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & -\hat{R} \end{bmatrix}; \quad \bar{K} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}K_n & 0_{3 \times 3} \\ K_\omega & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 9} & K_\chi \\ 0_{3 \times 9} & K_v \end{bmatrix} \\ \bar{G} &= \begin{bmatrix} G_n & 0_{9 \times 3} \\ 0_{3 \times 9} & I \end{bmatrix} \quad L_{n\chi} = \begin{bmatrix} L_n \\ L_\chi \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Le vecteur  $\nu_{\omega,b,a}^T = [\nu_\omega^T, \nu_b^T, \nu_a^T] \in \mathbb{R}^9$  regroupe respectivement le bruit des gyro-mètres, le processus lié au biais et le bruit de l'accéléromètre. La matrice d'auto-covariance qui lui est associée est :

$$E \{ \nu_{\omega,b}(t) \nu_{\omega,b}^T(\tau) \} = \bar{Q}_E \delta(t - \tau), \quad (4.4.11)$$

où  $\bar{Q}_E \in \mathbb{R}^{9 \times 9}$  est symétrique définie positive et  $E \{ \cdot \}$  représente l'opérateur d'espérance. De même, le bruit de mesure de l'image est supposé un processus Gaussien de moyenne nulle et la matrice d'auto-covariance correspondante est définie par :

$$E \{ \nu_c \nu_c^T \} = \bar{R}_E \delta(t - \tau), \quad (4.4.12)$$

où  $\bar{R}_E \in \mathbb{R}^{9 \times 9}$  est symétrique et définie positive.

La covariance de l'erreur de l'état de (4.4.10) est définie comme :

$$\bar{P} = E \{ \mathcal{Z} \mathcal{Z}^T \} \quad (4.4.13)$$

A partir de l'équation d'état (4.4.10) et le développement proposé par [Crassidis & Junkins \(2011\)](#), page 170, la propagation de la covariance est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{\bar{P}} &= [\bar{A} - \bar{K}\bar{G}\bar{H}] \bar{P} + \bar{P} [\bar{A} - \bar{K}\bar{G}\bar{H}]^T \\ &\quad + \bar{M}\bar{Q}_E\bar{M}^T + \bar{K}\bar{G}L_{n\chi}\bar{R}_EL_{n\chi}^T\bar{G}^T\bar{K}^T, \end{aligned} \quad (4.4.14)$$

avec comme hypothèse que  $\tilde{\mathcal{Z}}$ ,  $\nu_{\omega,b}$  et  $\nu_c$  sont non corrélés.

Afin de déterminer les matrices de gain par minimisation de la trace de la matrice de covariance  $\bar{P}$ , on commence par partitionner  $\bar{P}$  comme suit :

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} \bar{P}_{11} & \bar{P}_{12} \\ \bar{P}_{21} & \bar{P}_{22} \end{bmatrix} \quad (4.4.15)$$

avec  $\bar{P}_{12} = \bar{P}_{21}^T$  puisque  $\bar{P}$  est symétrique.

La propagation de la covariance (4.4.14) qui mesure ainsi la précision de l'estimation devient :

$$\begin{aligned} \dot{\bar{P}} = & \left[ \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{K}_1 & 0_{6 \times 3} \\ 0_{6 \times 9} & \bar{K}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_n & 0_{9 \times 3} \\ 0_{3 \times 9} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_n & 0_{9 \times 3} & 0_{9 \times 3} & 0_{9 \times 3} \\ H_x & 0_{3 \times 3} & B & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} \bar{P}_{11} & \bar{P}_{12} \\ \bar{P}_{21} & \bar{P}_{22} \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} \bar{P}_{11} & \bar{P}_{12} \\ \bar{P}_{21} & \bar{P}_{22} \end{bmatrix} \left[ \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{K}_1 & 0_{6 \times 3} \\ 0_{6 \times 9} & \bar{K}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_n & 0_{9 \times 3} \\ 0_{3 \times 9} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_n & 0_{9 \times 3} & 0_{9 \times 3} & 0_{9 \times 3} \\ H_x & 0_{3 \times 3} & B & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \right] \\ & + \begin{bmatrix} \bar{M}_1 \bar{Q}_E \bar{M}_1^T & \bar{M}_1 \bar{Q}_E \bar{M}_2^T \\ \bar{M}_2 \bar{Q}_E \bar{M}_1^T & \bar{M}_2 \bar{Q}_E \bar{M}_2^T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{K}_1 \bar{G}_n \bar{L}_n \bar{R}_E \bar{L}_n^T \bar{G}_n^T \bar{K}_1^T & \bar{K}_1 \bar{G}_n \bar{L}_n \bar{R}_E \bar{L}_\chi^T \bar{K}_2^T \\ \bar{K}_2 \bar{L}_\chi \bar{R}_E \bar{L}_n^T \bar{G}_n^T \bar{K}_1^T & \bar{K}_2 \bar{L}_\chi \bar{R}_E \bar{L}_\chi^T \bar{K}_2^T \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (4.4.16)$$

où les matrices  $\bar{A}_{11}$ ,  $\bar{A}_{12}$ ,  $\bar{A}_{22}$ ,  $\bar{K}_1$  et  $\bar{K}_2$  sont telles que :

$$\begin{aligned} \bar{A}_{11} &= \begin{bmatrix} -S(\omega_m - \hat{b}_\omega) & -\frac{1}{2}I \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad \bar{A}_{21} = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 2\hat{R}S(a_m) & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \\ \bar{A}_{12} &= \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad \bar{A}_{22} = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & I \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (4.4.17)$$

$$\bar{K}_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}K_n \\ K_\omega \end{bmatrix}, \quad \bar{K}_2 = \begin{bmatrix} K_\chi \\ K_v \end{bmatrix} \quad (4.4.18)$$

On pose

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \bar{K}_1 & 0_{6 \times 3} \\ 0_{6 \times 9} & \bar{K}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_n & 0_{9 \times 3} \\ 0_{3 \times 9} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_n & 0_{9 \times 3} & 0_{9 \times 3} & 0_{9 \times 3} \\ H_x & 0_{3 \times 3} & B & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} K_1 G_n H_n & 0_{6 \times 3} & 0_{6 \times 3} & 0_{6 \times 3} \\ K_2 H_x & 0_{6 \times 3} & K_2 B & 0_{6 \times 3} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Ainsi on a :  $Q_{11} = \begin{bmatrix} K_1 G_n H_n & 0_{6 \times 3} \end{bmatrix}$ ,  $Q_{12} = \begin{bmatrix} 0_{6 \times 3} & 0_{6 \times 3} \end{bmatrix}$ ,  $Q_{21} = \begin{bmatrix} K_2 H_x & 0_{6 \times 3} \end{bmatrix}$  et  $Q_{22} = \begin{bmatrix} K_2 B & 0_{6 \times 3} \end{bmatrix}$ . D'où, l'équation (4.4.16) qui s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{\bar{P}} = & \left[ \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} \bar{P}_{11} & \bar{P}_{12} \\ \bar{P}_{21} & \bar{P}_{22} \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} \bar{P}_{11} & \bar{P}_{12} \\ \bar{P}_{21} & \bar{P}_{22} \end{bmatrix} \left[ \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} \right] \\ & + \begin{bmatrix} \bar{M}_1 \bar{Q}_E \bar{M}_1^T & \bar{M}_1 \bar{Q}_E \bar{M}_2^T \\ \bar{M}_2 \bar{Q}_E \bar{M}_1^T & \bar{M}_2 \bar{Q}_E \bar{M}_2^T \end{bmatrix}, \\ & + \begin{bmatrix} \bar{K}_1 \bar{G}_n \bar{L}_n \bar{R}_E \bar{L}_n^T \bar{G}_n^T \bar{K}_1^T & \bar{K}_1 \bar{G}_n \bar{L}_n \bar{R}_E \bar{L}_\chi^T \bar{K}_2^T \\ \bar{K}_2 \bar{L}_\chi \bar{R}_E \bar{L}_n^T \bar{G}_n^T \bar{K}_1^T & \bar{K}_2 \bar{L}_\chi \bar{R}_E \bar{L}_\chi^T \bar{K}_2^T \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.4.19)$$

En développant l'expression (4.4.19), les blocs diagonaux sont donnés sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\bar{P}}_{11} &= \bar{A}_{11}\bar{P}_{11} - \bar{K}_1 G_n H_n \bar{P}_{11} + \bar{P}_{11} \bar{A}_{11}^T - \bar{P}_{11} (\bar{K}_1 G_n H_n)^T \\ &\quad + \bar{M}_1 \bar{Q}_E \bar{M}_1^T + \bar{K}_1 \bar{G}_n \bar{L}_n \bar{R}_E \bar{L}_n^T \bar{G}_n^T \bar{K}_1^T \\ \dot{\bar{P}}_{22} &= \bar{A}_{21}\bar{P}_{12} + \bar{A}_{22}\bar{P}_{22} - \bar{K}_2 H_x \bar{P}_{12} - \bar{K}_2 B \bar{P}_{22} + \bar{P}_{21} \bar{A}_{21}^T + \bar{P}_{22} \bar{A}_{22}^T \\ &\quad - \bar{P}_{21} H_x^T \bar{K}_2^T - \bar{P}_{22} B^T \bar{K}_2^T + \bar{M}_2 \bar{Q}_E \bar{M}_2^T + \bar{K}_2 \bar{L}_\chi \bar{R}_E \bar{L}_\chi^T \bar{K}_2^T \end{cases} \quad (4.4.20)$$

Les gain  $\bar{K}_1$  et  $\bar{K}_2$  sont donc choisis pour minimiser la trace de  $\dot{\bar{P}}$  (voir [Crassidis & Junkins \(2011\)](#)), et donc de  $\dot{\bar{P}}_{11}$  et  $\dot{\bar{P}}_{22}$  ce qui donne :

$$\begin{cases} \frac{\partial \text{Trace}(\dot{\bar{P}}_{11})}{\partial \bar{K}_1} = 0 = -G_n H_n \bar{P}_{11} - \bar{P}_{11} (G_n H_n)^T + 2\bar{K}_1 \bar{G}_n \bar{L}_n \bar{R}_E \bar{L}_n^T \bar{G}_n^T \\ \frac{\partial \text{Trace}(\dot{\bar{P}}_{22})}{\partial \bar{K}_2} = 0 = -H_x \bar{P}_{12} - B \bar{P}_{22} - \bar{P}_{21} H_x^T - \bar{P}_{22} B^T + 2\bar{K}_2 \bar{L}_\chi \bar{R}_E \bar{L}_\chi^T \end{cases} \quad (4.4.21)$$

A partir de (4.4.21), on détermine les matrices  $\bar{K}_1$  et  $\bar{K}_2$  telles que :

$$\begin{cases} \bar{K}_1 &= H_n \bar{P}_{11} (\bar{L}_n \bar{R}_E \bar{L}_n^T)^{-1} \bar{G}_n^{-1} \\ \bar{K}_2 &= (B \bar{P}_{22} + \frac{1}{2} H_x (\bar{P}_{12} + \bar{P}_{21})) (\bar{L}_\chi \bar{R}_E \bar{L}_\chi^T)^{-1} \end{cases} \quad (4.4.22)$$

D'où en utilisant (4.4.18), on en déduit les sous-matrices  $K_n$ ,  $K_\omega$ ,  $K_\chi$  et  $K_v$  représentant des gains de l'observateur (4.4.2), au sens de Kalman via l'utilisation de la matrice de propagation (4.4.14, 4.4.20, 4.4.22).

## 4.5 Résultats de simulations

Pour tester et valider les deux algorithmes d'estimation de la pose, on utilisera la même démarche que dans le chapitre précédent. La simulation est basée sur l'utilisation des images de synthèses obtenues comme cela a été décrit dans la Section 2.4.2 du Chapitre 2. Les conditions de simulation seront d'abord données ensuite les résultats des observateurs seront présentés.

### 4.5.1 Conditions de simulations

Initialement, la caméra est placée dans le repère de la scène aux coordonnées (1, 1, 10), puis un mouvement de rotation combinant roulis, tangage et lacet avec un mouvement de translation hélicoïdale comme le montre la Figure 4.5.1, est imposé à la caméra. Ce test a été effectué sur une durée de 100 secondes avec



un pas d'échantillonnage de  $20ms$ . Dans l'environnement de la scène trois droites  $d_1$ ,  $d_2$  et  $d_3$  sont fixées. Ces droites sont concourantes en un point commun  $\xi_I$  de coordonnées  $(1, 1, 0)$  dans le repère de la scène.

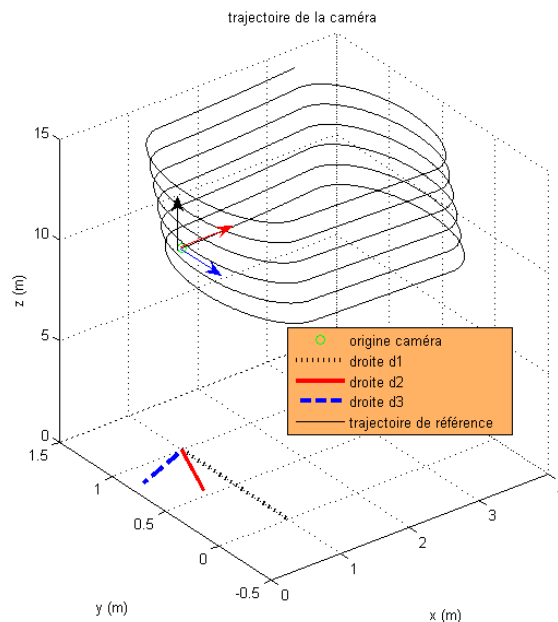


FIGURE 4.5.1 – Trajectoire de référence du mouvement de la caméra

Dans le Tableau 4.1, les conditions du test liées au mouvement de la caméra, trajectoire et vitesse, les coordonnées et directions des droites dans la repère de la scène, sont présentées. Ils sont aussi données dans ce même tableau les caractéristiques des gyromètres (biais et bruit). Les mesures implicites des directions lors du mouvement de la caméra sont obtenues par l'Algorithme de suivi de lignes 2.2 présenté dans la Chapitre 2. Dans les Tableaux (4.2) et (4.3) sont présentés respectivement les paramètres de l'observateur cascade (3.3, 4.3.4, 4.3.5) et de l'observateur (4.4.2).

## 4.5.2 Résultats obtenus

Il est à noter que pour l'estimation de la pose de la caméra avec les deux observateurs décrits précédemment, il n'est pas nécessaire de connaître la position du point d'intersection  $\xi_I$ , des trois droites mais uniquement leurs directions dans le repère de la scène. Ainsi, le suivi des lignes en utilisant l'Algorithme 2.2, permet d'obtenir les mesures correspondant à chacune des trois lignes sous la forme

Paramètres	Valeurs			
Caméra	position initiale $Pc(t_0) = (1, 1, 10)$			
Les lignes	Ligne	Longueur	Coordonnées d'un point	Direction
	$l_1$	1	$X_1 = (1, 1, 0)$	$d_1 = (1, 0, 0)$
	$l_2$	1.5	$X_2 = (1, 1, 0)$	$d_2 = (0, 1, 1)/\sqrt{2}$
	$l_3$	1.5	$X_3 = (1, 1, 0)$	$d_3 = (1, 0, 1)/\sqrt{2}$
Le gyromètre	Biais : $(5, -5, 2)[^\circ/s]$ , Bruit : $\sigma_{v_b} = 0.01[rad/s]$			

TABLE 4.1 – Valeurs des paramètres de simulation

Capteur	Covariance du bruit de mesures
Caméra	$R = \begin{bmatrix} r_1 * I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & r_2 * I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & r_3 * I_{3 \times 3} \end{bmatrix}$ avec $r_1 = r_2 = r_3 = 0.007$
Gyromètres	$Q = \begin{bmatrix} diag(cov_w) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & q_b * I_{3 \times 3} \end{bmatrix}$ $cov_w = diag([0.01 \ 0.01 \ 0.01])$ $q_b = 2.5 * 10^{-3}[^\circ/s]$

TABLE 4.2 – Paramètres de l'observateur 1 ( cascade)

Capteur	Covariance du bruit de mesures
Caméra	$R = \begin{bmatrix} r_1 * I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & r_2 * I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & r_3 * I_{3 \times 3} \end{bmatrix}$ avec $r_1 = r_2 = r_3 = 0.005$
Gyromètres	$Q = \begin{bmatrix} diag(cov_w) & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & q_b * I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & diag(cov_w) \end{bmatrix}$ $cov_w = diag([0.01 \ 0.01 \ 0.01])$ $q_b = 2.5 * 10^{-3}[^\circ/s]$
Accéléromètres	$cov_a = diag([0.01 \ 0.01 \ 0.01])$ $q_a = 1.5 * 10^{-3}[m/s^2]$

 TABLE 4.3 – Paramètres de l'observateur 2 ( $SE(3)$ )

donnée par les relations (3.2.4) et (3.2.5). Les mesures  $y_{n,i}$  et  $y_{k,i}$  pour  $i = 1, 2, 3$ , correspondant aux vecteurs  $n_{\mathcal{B},i}$  et  $k_{\mathcal{B},i}$ , sont fournies avec un bruit additif qui provient des images de synthèse. Ces mesures visuelles obtenues sont ensuite fusionnées avec les mesures des gyromètres et des accéléromètres afin d'estimer le mouvement de rotation et de translation de la caméra. Les mesures des gyromètres et accéléromètres sont considérées avec du bruit et/ou biais comme indiqué dans le Tableau 4.1.

Pour l'estimation de la pose de la caméra, les deux observateurs, (3.3, 4.3.4, 4.3.5) et (4.4.14, 4.4.20, 4.4.22) sont utilisés dans les conditions données respectivement dans le tableau 4.2 et 4.3. Dans ces conditions, on obtient les résultats présentés dans les figures (4.5.2, 4.5.4, 4.5.6 et 4.5.8). Les résultats obtenus par l'observateur cascade à deux étapes (voir la Section 4.3) sont indiqués dans la légende avec l'indice "Obs1" et ceux obtenus avec le deuxième observateur à une seule étape ( voir la Section 4.3) sont présentés sous l'indice "Obs2".

Dans la Figure 4.5.2, l'estimation par les deux observateurs de l'attitude de la caméra selon les trois axes, roulis, tangage et lacet, est présentée. L'estimation de l'attitude par les deux observateurs est de bonne qualité même en présence de bruit de mesures et des biais des gyromètres comme indiqué sur la Figure 4.5.3, où l'on présente l'erreur d'estimation des angles de roulis, tangage et lacet. Dans les Figures 4.5.4 et 4.5.6, sont présentés respectivement les résultats d'estimation de la position relative de la caméra et sa vitesse de déplacement dans la scène 3D. L'estimation de la position est donnée par rapport au point d'intersection  $\xi_{\mathcal{I}}$ , des trois droites observées par la caméra. La position absolue de la caméra pourra être déduite si on connaît les coordonnées du point  $\xi_{\mathcal{I}}$ . L'estimation de la vitesse est donnée dans le repère de la scène mais si on veut l'exprimer dans le repère de la caméra, il suffit d'utiliser l'estimation de la matrice de rotation. Les erreurs d'estimation de la position et de la vitesse présentées respectivement dans les Figures 4.5.5 et 4.5.7, montrent que l'observateur cascade à deux étapes permet d'avoir un temps de convergence plus rapide que l'observateur à une étape basé sur le filtre de Kalman. En effet, il a été montré une convergence exponentielle pour l'estimation de la position et de la vitesse du premier observateur mais celle-ci dépend de la précision de l'estimation de l'attitude fournie à la première étape de cet observateur. Les deux observateurs permettent d'avoir une bonne estimation de la pose de la caméra malgré que les mesures sont entachées de défauts tels que les bruits aussi bien pour les données visuelles que pour les données inertielles ainsi que le biais des gyromètres. Pour ce dernier, une estimation par les deux observateurs est présentée dans la Figure 4.5.8. L'erreur de cette estimation est présentée dans la Figure 4.5.9.

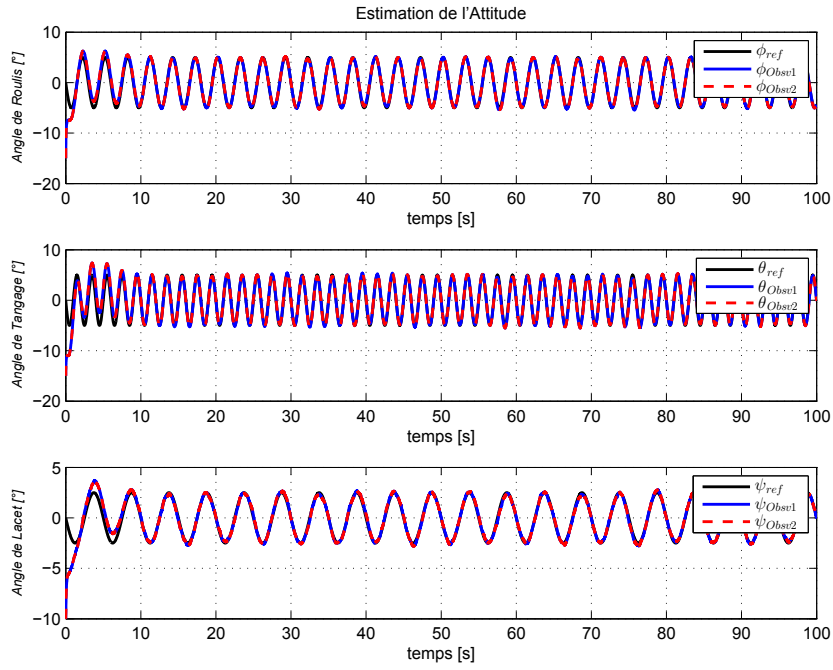


FIGURE 4.5.2 – Estimation de l'Attitude (roulis, tangage et lacet)

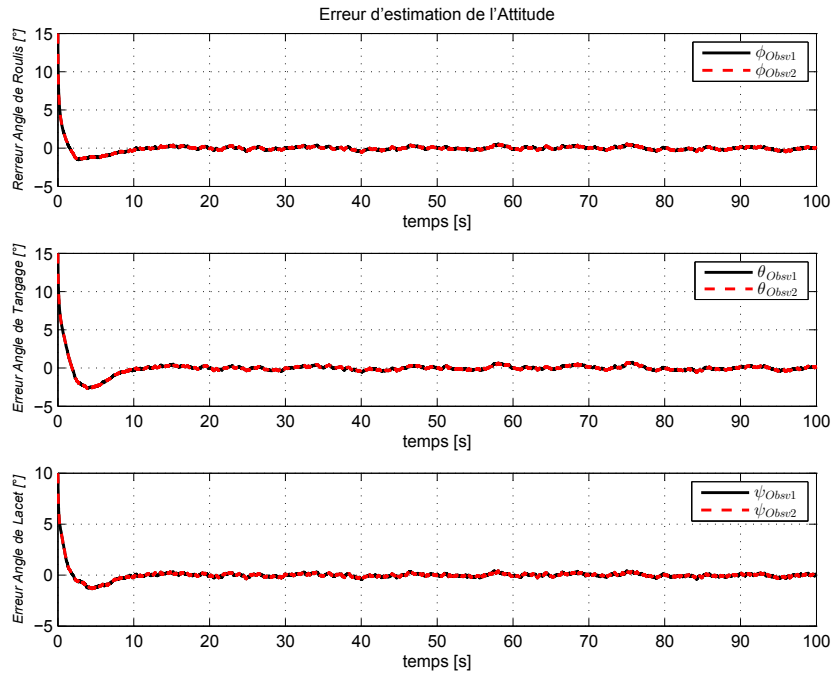


FIGURE 4.5.3 – Erreur d'estimation d'Attitude

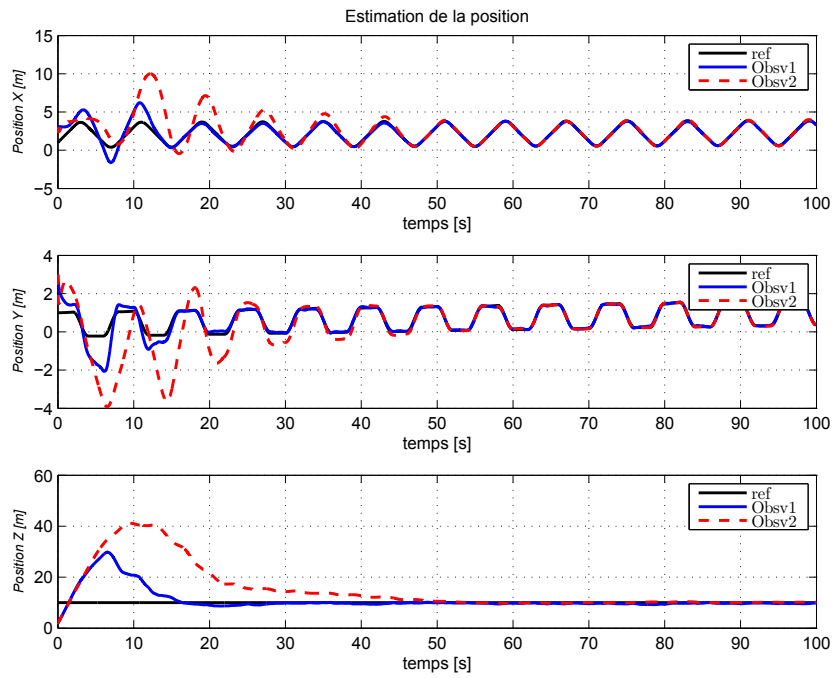


FIGURE 4.5.4 – Estimation de la Position relative

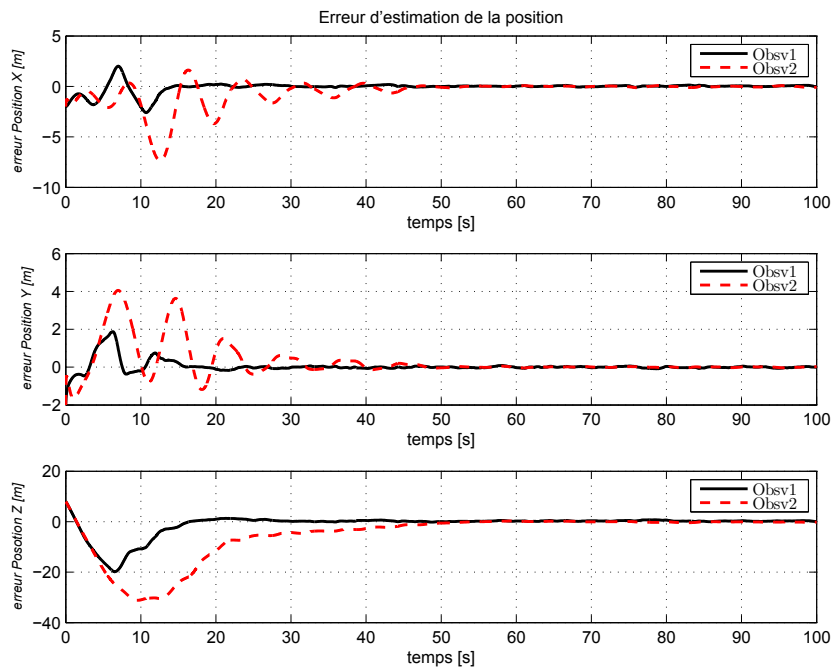


FIGURE 4.5.5 – Erreur d'estimation de la Position relative

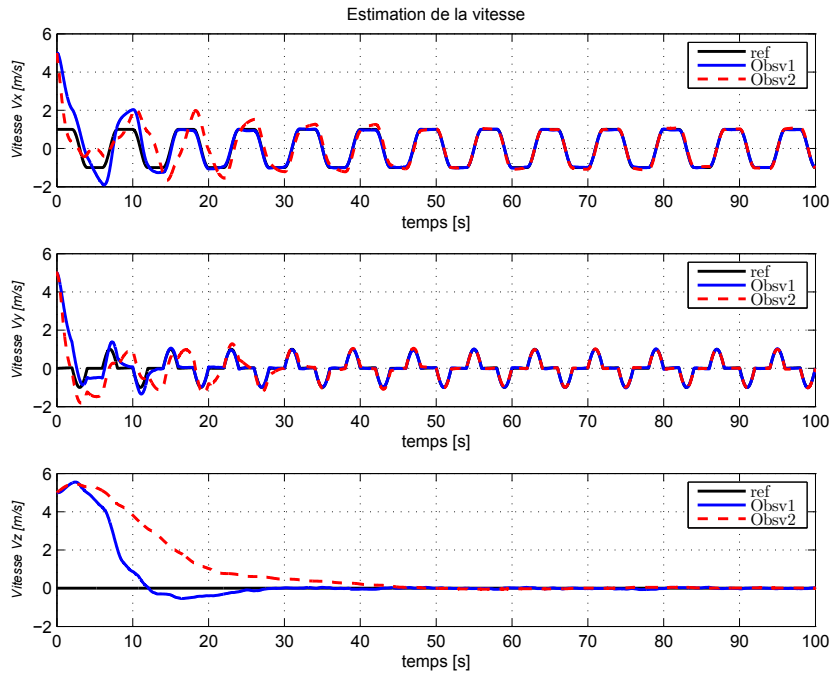


FIGURE 4.5.6 – Estimation de la Vitesse

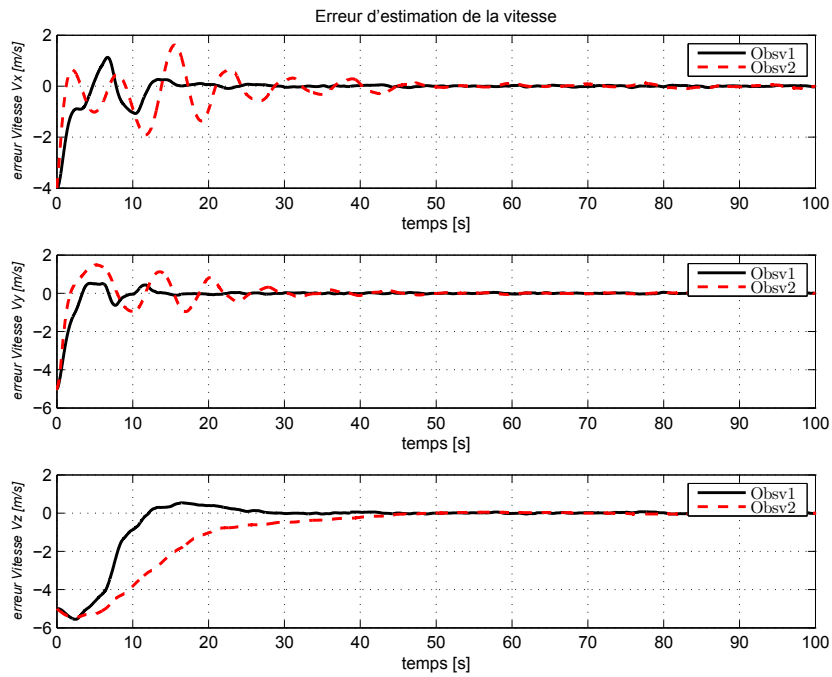


FIGURE 4.5.7 – Erreur d'estimation de la vitesse

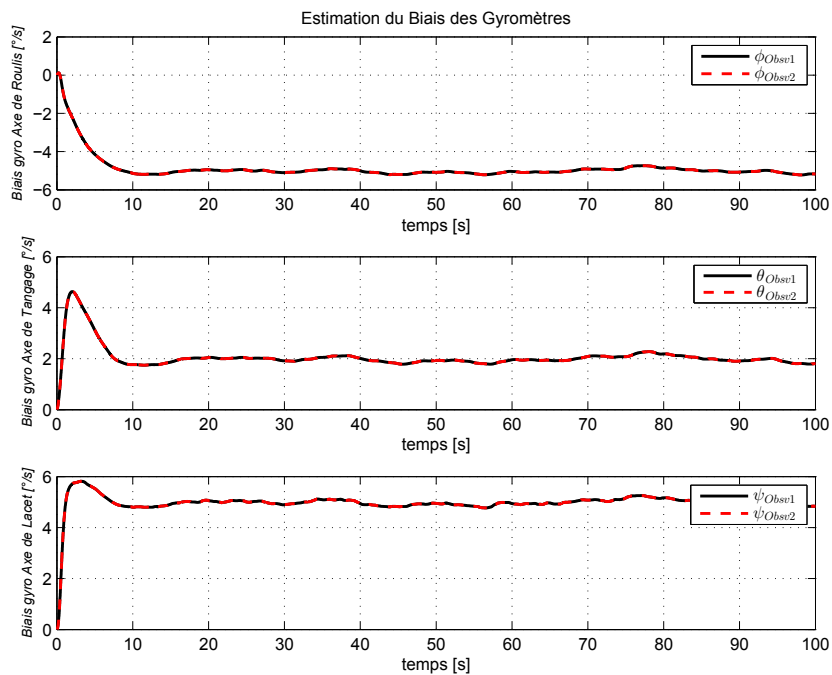


FIGURE 4.5.8 – Estimation du biais du gyroscope

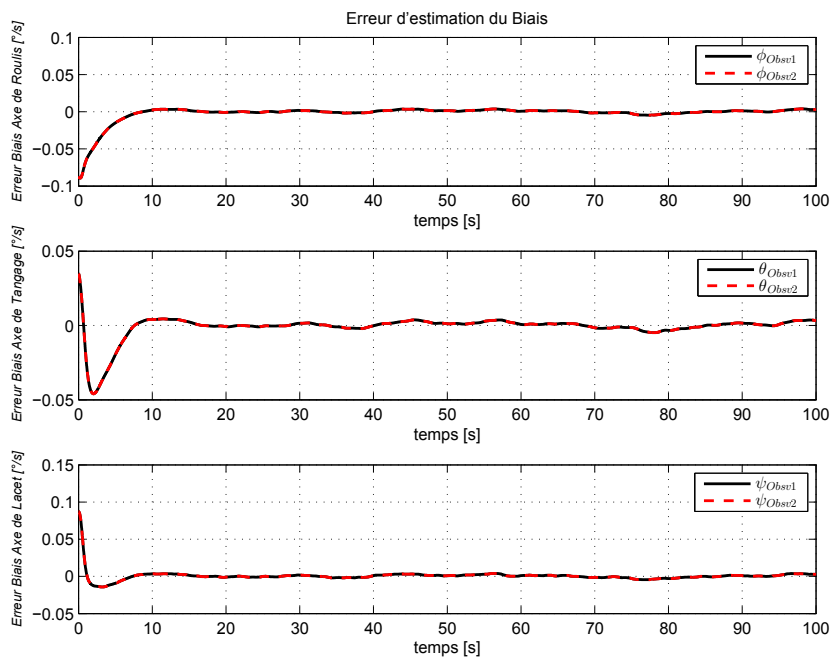


FIGURE 4.5.9 – Erreur d'estimation du Biais du gyroscope, pour les deux observateurs.

## 4.6 Conclusion

En utilisant les résultats des Chapitres 2 et 3, traitant pour le premier du suivi des lignes dans une scène observées par une caméra et de l'estimation de son orientation pour le deuxième, une extension naturelle à l'estimation de la pose de la caméra a été présentée dans ce chapitre. Ainsi, deux observateurs pour l'estimation de la position relative et de la vitesse sont proposés. Les deux observateurs se basent principalement sur le suivi de trois droites fixes dans la scène 3D et concourantes en un point commun comme précisé dans l'hypothèse 2. Un modèle du mouvement de translation est élaboré pour les deux observateurs en considérant cette hypothèse. Une analyse d'observabilité a été aussi présentée. Le premier observateur est un observateur cascade en deux étapes. Dans la première étape l'estimation de l'attitude est fournie par l'observateur proposé dans le Chapitre 3. Ensuite cette estimation alimente la deuxième partie de l'observateur pour l'estimation de la position relative de la caméra et de sa vitesse de déplacement dans la scène. L'autre observateur permet une estimation simultanée de l'attitude et de la position relative de la caméra ainsi que sa vitesse. Ce dernier est basé sur l'approche proposée dans le chapitre 3, utilisant une structure d'un filtre de Kalman de type M.E.K.F. L'estimation des biais a été prise en compte dans la conception des deux observateurs. Les résultats obtenus via des tests avec des séquences d'images de synthèse, sont satisfaisants et très prometteurs. Des tests de validation sur un système réel représentant le mouvement d'un corps rigide tel qu'un Quadricopter équipé d'une caméra, d'une centrale inertielle et d'un système embarqué pour le traitement d'image sont à envisager.





# Conclusion et perspectives

Le travail présenté dans cette thèse traite de l'estimation de la position et de l'attitude d'un corps rigide en mouvement dans l'espace 3D à partir de la fusion de données visuelles se basant sur le suivi de ligne et de mesures inertielles. Le corps rigide est supposé être équipé d'une caméra et d'une centrale inertielle composée d'accéléromètres et de gyromètres. Le principe de l'estimation de la pose (position et orientation) est l'utilisation des mesure implicites des vecteurs direction de certaines lignes supposées fixes dans l'espace 3D de la scène en se basant sur un algorithme de suivi de lignes.

Dans le but de proposer une approche d'estimation efficace se basant l'utilisation de données visuelles et pouvant être une alternative aux approches d'estimation utilisant des données inertielles, on a axé notre recherche sur l'élaboration d'une nouvelle méthode de suivi de lignes dans une longue séquence d'images. Pour l'élaboration de cette méthode, l'aspect pratique de mise en œuvre des différentes étapes du processus dans l'objectif d'un traitement embarqué a été la principale motivation. Ainsi, la première contribution de ce travail de thèse est la proposition d'un nouveau algorithme de suivi de lignes basé principalement sur la technique du flux optique. Cette méthode combine le suivi des points et des lignes pour une meilleure mise en correspondance dans l'objectif d'améliorer l'efficacité et la robustesse du suivi. Dans cette méthode, la technique du flux optique permet la prédiction du déplacement des points d'une ligne, ensuite un raffinement de la mise en correspondance est obtenu par minimisation de la distance Euclidienne dans la zone de recherche autour des déplacements prédits des points de ces lignes. L'algorithme de suivi de ligne a été testé sur des séquences d'images réelles et de synthèses et les résultats obtenus sont très efficaces et prometteurs. Une comparaison avec l'algorithme du suivi "Token Tracker" [Toscani et al. \(1988\)](#), a été présentée mais on constate un avantage du nouvel algorithme dans sa mise en œuvre pratique. Enfin, cet algorithme est conçu pour fournir des mesures implicites des vecteurs directions des lignes 3D observées ainsi que les vecteurs le long des projections des points de ces lignes.

Les mesures, obtenues par le nouvel algorithme de suivi de lignes, sont utilisées dans l'observateur de l'attitude conçu dans  $SO(3)$  qui constitue notre deuxième contribution. L'idée de cet observateur s'inspire des travaux présentés par [Rehbinder & Ghosh \(2003\)](#) pour l'estimation de la pose en utilisant les données visuelles basées sur le suivi de lignes. Dans la nouvelle structure de l'observateur proposé, le terme de correction a été élaboré différemment de l'observateur proposé par [Rehbinder & Ghosh \(2003\)](#). Ceci étant fait, pour permettre d'une part d'annuler l'erreur d'estimation et faire face au problème de l'ambiguïté de signe lié à la mesure issue des données visuelles et d'autre part pour prendre en compte l'estimation du biais dans la conception de cet observateur. Par ailleurs, dans la conception de cet observateur, la matrice de gain de celui-ci est déterminée à partir de l'élaboration d'une structure de Kalman de type M.E.K.F. L'efficacité de cet observateur à reconstruire le mouvement de rotation même, a été montrée en réalisant des tests avec des séquences d'images de synthèses correspondant à un mouvement simulé de la caméra dans un environnement 3D.

L'extension des résultats de l'observateur de l'attitude à l'estimation de la pose constitue notre troisième contribution en proposant deux nouveaux observateurs pour estimer l'orientation, la position relative et la vitesse du corps rigide. Le premier observateur est basé sur une structure en cascade. Il utilise dans la première étape l'observateur de l'attitude conçu dans  $SO(3)$  pour estimer l'attitude et le biais des gyromètres. Ensuite cette estimation est utilisée dans l'étape suivante pour la conception de l'observateur de la position et de la vitesse en utilisant un modèle de translation à sortie implicite proposé par [Rehbinder & Ghosh \(2003\)](#). Cet observateur type Kalman à gain variant dans le temps permet d'assurer une convergence exponentielle des erreurs d'observation de la position relative et de la vitesse de la caméra du corps rigide. Cet observateur est conçu donc pour fournir la position relative de la caméra par rapport à une position correspondant au point d'intersection de trois droites fixes de l'espace de la scène. Le deuxième observateur proposé est conçu dans  $SE(3)$  afin de fournir une estimation simultanée de l'attitude, de la position relative et de la vitesse du corps rigide. Cet observateur élaboré en adoptant la même démarche que l'observateur de l'attitude basé M.E.K.F..

Les tests de validations et les résultats obtenus pour chacun des algorithmes proposés dans ces travaux de thèse en utilisant principalement des images de synthèses sont très prometteurs et permettent d'envisager une mise en œuvre dans un système embarqué pour des test réels. Ainsi, en perspective, l'optimisation de l'algorithme de suivi de lignes est nécessaire pour une implémentation dans une carte embarqué tout en intégrant des outils de classification et de tri pour l'identification des lignes suivies dans l'environnement 3D de la scène. Ces outils

---

sont donc nécessaires pour l'amélioration de l'efficacité de l'algorithme dans le but de reconstruction du mouvement du corps rigide et sa localisation. Les approches d'estimations de la pose peuvent être étendues pour envisager le problème de contrôle/commande en intégrant l'aspect guidage et pilotage d'un robot aérien sans pilote.



# **Annexes**



## Annexe A

# Filtre de Kalman pour l'Algorithme du "Token Tracker"

Dans l'algorithme du "Token Tracker" présenté dans la Section 2.2, du Chapitre 2, quatre filtres de Kalman sont utilisés à chaque itération pour prédire le déplacement d'une droite dans les images successives en utilisant les quatre paramètres de la ligne donnée dans (2.1). Le processus du filtre de Kalman consiste à appliquer un processus de **prédiction** et de **correction** pour retrouver les différents paramètres de la ligne dans les images successives et ainsi retrouver la ligne la plus probable. Les lignes observées sont exprimées par un vecteur d'état donné en temps discrets par :  $X_t^T = (x_t, \dot{x}_t, \ddot{x}_t)$ , on retrouve la position  $x$ , la vitesse  $\dot{x}$  et l'accélération  $\ddot{x}$ .

Le **modèle dynamique** du système est représenté par l'équation :

$$X_t = \Phi_{t,t-1}X_{t-1} + W_{t-1}$$

où  $W_t$ , représente les perturbations du système, qu'on peut modéliser par un bruit blanc à moyenne nulle et de matrice de covariance  $Q_t$  :

$$E \{W_t\} = 0; E \{W_t W_t^T\} = Q_t$$

$\Phi_{t,t-1}$  est une matrice de transition qui modélise l'évolution dynamique du système, ça revient à suivre l'évolution de la position  $x$ , la vitesse  $\dot{x}$  et l'accélération  $\ddot{x}$ , avec  $\Delta t$  comme pas temporel, la matrice de transition  $\Phi_{t,t-1}$  est donnée par la relation suivante:

$$\Phi_{\Delta t} = \begin{pmatrix} 1 & \Delta t & \frac{(\Delta t)^2}{2} \\ 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



Le modèle de mesure suit l'équation suivante :

$$Z_t = H_t X_t + V_t$$

$H_t$  est une matrice du modèle de mesure, quand elle est égale à l'identité, la mesure correspond directement au vecteur d'état.  $Z_t$ , est le vecteur de mesure et  $V_t$  est un bruit de mesure modélisé par un bruit blanc à moyenne nulle, de covariance  $R_t$

$$E \{V_t\} = 0; E \{V_t V_t^T\} = R_t$$

### Les processus mise en jeu dans un filtre de Kalman :

Le filtre de Kalman est développé selon deux versions, discrète ou en continu. La version la plus utilisée et implémentée c'est la version discrète ou dite en temps discret. Dans le tableau (A.1), les deux phases, la prédiction et la correction, nécessaires à la mise en œuvre d'un filtre de Kalman sont donnée.

Processus	Équation
PRÉDICTION	
Vecteur d'état	$\hat{X}_{t/t-1} = \Phi_{t,t-1} \hat{X}_{t-1/t-1}$
Covariance du vecteur d'état	$P_{t/t-1} = \Phi_{t,t-1} P_{t-1/t-1} \Phi_{t,t-1}^T + Q_{t-1}$
Covariance du vecteur de mesure	$U_{t/t-1} = H_t P_{t/t-1} H_t^T + R_t$
Correction	
Le gain de Kalman	$K_t = P_{t/t-1} H_t^T [H_t P_{t/t-1} H_t^T + R_t]^{-1}$
Correction de l'état	$\hat{X}_{t/t} = \hat{X}_{t/t-1} + K_t (Z_t - H_t \hat{X}_{t/t-1})$
Correction de la covariance	$P_{t/t} = P_{t/t-1} - K_t H_t P_{t/t-1}$
Correction de la covariance sur la mesure	$U_{t/t} = R_t (I - K_t^T H_t^T)$

Table A.1 – Filtre de Kalman

## Annexe B

# Algorithme du TRIAD pour l'Estimation de l'Attitude

La détermination de l'attitude est basée sur l'observation au minimum de deux lignes fixes de l'espace-3D. Les directions des deux lignes fixes sont supposées connues.

Soit  $n_{\mathcal{I},1}$  et  $n_{\mathcal{I},2}$  deux vecteurs non-colinéaires exprimés dans le repère inertiel et liés aux vecteurs de directions de deux lignes fixes.

L'observation de ces deux lignes correspond aux mesures de leurs projections décrites respectivement par le vecteur normal  $n_{\mathcal{B},1}$  et  $n_{\mathcal{B},2}$ . A partir de (1.3.11), nous pouvons écrire :

$$n_{\mathcal{B},1} = R^T n_{\mathcal{I},1} \quad , \quad n_{\mathcal{B},2} = R^T n_{\mathcal{I},2}$$

En utilisant simplement la méthode du TRIAD donnée dans [Shuster & OH \(1981\)](#), on peut estimer la matrice de rotation  $R$  :

$$R^T = \sum_{i=1}^3 w_i v_i^T \tag{B.0.1}$$

où  $v_1 = \bar{n}_1$ ;  $v_2 = \frac{\bar{n}_1 \times \bar{n}_2}{\|\bar{n}_1 \times \bar{n}_2\|}$ ;  $v_3 = v_1 \times v_2$ ; et  $w_1 = n_1$ ;  $w_2 = \frac{n_1 \times n_2}{\|n_1 \times n_2\|}$ ;  $w_3 = w_1 \times w_2$ ;



# Bibliographie

- ACHTELIK, MARKUS, BACHRACH, ABRAHAM, HE, RUIJIE, PRENTICE, SAMUEL, & ROY, NICHOLAS. 2009. Autonomous navigation and exploration of a quadrotor helicopter in GPS-denied indoor environments. *In : First symposium on indoor flight*.
- ACHTELIK, MARKUS, WEISS, STEPHAN, & SIEGWART, R. 2011. Onboard imu and monocular vision based control for mavs in unknown in-and outdoor environments. *Pages 3056–3063 of : Robotics and automation (icra), 2011 ieee international conference on*. IEEE.
- AHMAD, I., EL HADRI, A., & BENALLEGUE, A. 2012. Estimation of bounded unknown input and its application to attitude estimation for accelerated rigid body using gps/ins measurements. *In : Ieee international conference on robotics and biomimetics (robio)*.
- AKINLAR, CUNEYT, & TOPAL, CIHAN. 2011. Edlines : Real-time line segment detection by edge drawing (ed). *Pages 2837–2840 of : Image processing (icip), 2011 18th ieee international conference on*. IEEE.
- ANDREFF, N., ESPIAU, B., & HORAUD, R. 2000. Visual servoing from lines. *Pages 2070–2075 of : International conference on robotics and automation*, vol. 3.
- AYACHE, NICHOLAS, & LUSTMAN, FRANCIS. 1991. Trinocular stereo vision for robotics. *Ieee transactions on pattern analysis and machine intelligence*, **13**(1), 73–85.
- BARRON, JL, & THACKER, NA. 2005. Tutorial : Computing 2d and 3d optical flow. *Imaging science and biomedical engineering division, medical school, university of manchester*.
- BARRON, J.L., FLEET, D.J., BEAUCHEMIN, S.S., & BURKITT, T.A. 1992 (jun). Performance of optical flow techniques. *Pages 236 –242 of : Computer vision*

- and pattern recognition, 1992. proceedings cvpr '92., 1992 ieee computer society conference on.*
- BARTOLI, ADRIEN, & STURM, PETER. 2005. Structure-from-motion using lines : Representation, triangulation, and bundle adjustment. *Computer vision and image understanding*, **100**(3), 416–441.
- BATISTA, P., SILVESTRE, C., & OLIVEIRA, P. 2012. Sensor-based globally asymptotically stable filters for attitude estimation : Analysis, design and performance evaluation. *Ieee transactions on automatic control*, **57**(8), 2095–2100.
- BEAUCHEMIN, S.S., & BARRON, J.L. 1995. The computation of optical flow. *Acm computing survey*, **17**, 433–467.
- BENZIANE, L., BENALLEGUE, A., & EL HADRI, A. 2012 (December). A globally asymptotically attitude estimation using complementary filtering. *In : 2012 ieee international conference on robotics and biomimetics (robio 2012).*
- BLACK, M.J., & ANANDAN, P. 1993. A framework for the robust estimation of optical flow. *Pages 231–236 of : Computer vision, 1993. proceedings., fourth international conference on.*
- BONNABEL, S., MARTIN, P., & SALAUN, E. 2009 (December 16-18). Invariant extended kalman filter : theory and application to a velocity-aided attitude estimation problem. *Pages 1297–1304 of : Proceedings of the joint 48th ieee conference on decision and control, hand 28th chinese control conference, shanghai, p.r. china.*
- BOUGUET, JEAN-YVES. 1999. Pyramidal implementation of the lucas-kanade feature tracker. *Intel corporation.*
- BOUGUET, JEAN-YVES. 2001. Pyramidal implementation of the affine lucas kanade feature tracker description of the algorithm. *Intel corporation*, **5**.
- BRADSKI, GARY, & KAEHLER, ADRIAN. 2008. *Learning opencv : Computer vision with the opencv library.* " O'Reilly Media, Inc."
- BRAS, S., CUNHA, R., VASCONCELOS, J. F., SILVESTRE, C., & OLIVEIRA, P. 2011. A nonlinear attitude observer based on active vision and inertial measurements. *IEEE transactions on robotics*, **27**(4), 664–677.
- BUREL, GILLES. 2001. *Introduction au traitement des images.* Hermes Science Publications.

- BURNS, J BRIAN, HANSON, ALLEN R, & RISEMAN, EDWARD M. 1986. Extracting straight lines. *Pattern analysis and machine intelligence, ieee transactions on*, 425–455.
- CANNY, JOHN. 1986. A computational approach to edge detection. *Pattern analysis and machine intelligence, ieee transactions on*, 679–698.
- CHEHIKIAN, A, STELMASZYK, P, & DE PAOLI, S. 1989. Hardware evaluation process for tracking edge-lines. *Pages 332–336 of : Industrial applications of machine intelligence and vision, 1989., international workshop on*. IEEE.
- CHOWDHARY, GIRISH, JOHNSON, ERIC N., MAGREE, DANIEL, WU, ALLEN, & SHEIN, ANDY. 2013. Gps-denied indoor and outdoor monocular vision aided navigation and control of unmanned aircraft : J. field robotics. *Journal of field robotics*, **30**(3), 415–438.
- COHEN, C. 1992. *Attitude determination using gps*. Ph.D. thesis, Stanford University.
- CORKE, PETER, LOBO, JORGE, & DIAS, JORGE. 2007. An introduction to inertial and visual sensing. *The international journal of robotics research*, **26**(6), 519–535.
- CRASSIDIS, J.L., & F.L., MARKLEY. 2003. Unscented filtering for spacecraft attitude estimation. *Journal of guidance, control, and dynamics*, **26**(4), 536–542.
- CRASSIDIS, J.L., MARKLEY, F.L., & CHENG, F. 2007. Survey of nonlinear attitude estimation methods. *Journal of guidance, control, and dynamics*, **30**(01), 12–28.
- CRASSIDIS, JOHN L, & JUNKINS, JOHN L. 2011. *Optimal estimation of dynamic systems*. CRC press.
- CROWLEY, JAMES L, STELMASZYK, PATRICK, SKORDAS, THOMAS, & PUGET, PIERRE. 1992. Measurement and integration of 3-d structures by tracking edge lines. *International journal of computer vision*, **8**(1), 29–52.
- CUEVAS, ERIK V. 2005. Kalman filter for vision tracking.
- DERICHE, RACHID, & FAUGERAS, OLIVIER. 1990. Tracking line segments. *Pages 259–268 of : Computer vision eccv 90*. Springer.
- DESOLNEUX, AGNÈS, MOISAN, LIONEL, & MOREL, JEAN-MICHEL. 2000. Meaningful alignments. *International journal of computer vision*, **40**(1), 7–23.

- DESOLNEUX, AGNÈS, MOISAN, LIONEL, & MOREL, JEAN-MICHEL. 2001. Edge detection by helmholtz principle. *Journal of mathematical imaging and vision*, **14**(3), 271–284.
- DESOLNEUX, AGNÈS, MOISAN, LIONEL, & MOREL, JEAN-MICHEL. 2007. *From gestalt theory to image analysis : a probabilistic approach*. Vol. 34. Springer Science & Business Media.
- EL HADRI, A., & BENALLEGUE, A. 2009 (December). Attitude estimation with gyros-bias compensation using low-cost sensors. *In : Joint 48th ieee conference on decision and control and 28th chinese control conference shanghai, p.r. china*.
- FAUGERAS, OLIVIER. 1990. *On the motion of 3d curves and its relationship to optical flow*. Springer.
- FERNANDES, LEANDRO AF, & OLIVEIRA, MANUEL M. 2008. Real-time line detection through an improved hough transform voting scheme. *Pattern recognition*, **41**(1), 299–314.
- FLOREANO, DARIO., ZUFFEREY, JEAN-CHRISTOPHE., SRINIVASAN, MANDYAM V., & ELINGTON, CHARLIE. 2011. Flying insects and robots. *In : Fumiya iida artificial life*, vol. 18.
- FRANCESCHINI, N., RUFFIER, F., & SERRES, J. 2007. A bio-inspired flying robot sheds light on insect piloting abilities. *Pages 329–335 of : Curr biol*, vol. 7.
- GROSS, JÜRGEN, TRENKLER, GÖTZ, & TROSCHKE, SVEN-OLIVER. 2001. Quaternions : further contributions to a matrix oriented approach. *Linear algebra and its applications*, **326**(1), 205–213.
- HADJ-ABDELKADER, H., MEZOUAR, Y., ANDREFF, N., & MARTINET, P. 2006 (may). Omnidirectional visual servoing from polar lines. *Pages 2385 –2390 of : Robotics and automation, 2006. icra 2006. proceedings 2006 ieee international conference on*.
- HARRIS, C.G., & STEPHENS, M. 1988. A combined corner and edge detector. *4th alvey vision conference*, 147–151.
- HART, PETER E. 2009. How the hough transform was invented [dsp history]. *Signal processing magazine, ieee*, **26**(6), 18–22.
- HERISSE, BRUNO., OUSTRIERES, SOPHIE., HAMEL, TAREK., MAHONNY, ROBERT., & RUSSOTO, FRANCOIS-XAVIER. 2010. A general optical flow based terrain-following strategy for vtol uav using multiple views. *In : Icra 2010*.

- HORN, B.K.P., & JR, E.J.WELDON. 1988. Direct methods for recovering motion. *Computer vision*, **2**, 51–76.
- HORN, B.K.P., & SHUNCK, B.G. 1981. Determining optical flow, artificial intelligence. *Artificial intelligence*, **17**, 185–203.
- HUA, MINH-DUC. 2010. Attitude estimation for accelerated vehicles using gps/ins measurements. *Control engineering practice*, **18**, 732–732.
- HUANG, T.S., & NETRAVALI, A.N. 1994. Motion and structure from feature correspondences : a review. *Proceedings of the ieee*, **82**(2), 252–268.
- ILLINGWORTH, JOHN, & KITTLER, JOSEF. 1988. A survey of the hough transform. *Computer vision, graphics, and image processing*, **44**(1), 87–116.
- JANKOVIC, M., & GHOSH, BIJOY K. 1995. Visually guided ranging from observations of points, lines and curves via an identifier based nonlinear observer. *Pages 63–73 of : System and control letters*, vol. 25.
- JIAHUI-SHI. 2010. Real-time ego-motion measurement with stereo camera & imu.
- KEHOE, J.J., WATKINS, A.S., CAUSEY, R.S., & LIND, R. 2006. State estimation using optical flow from parallax-weighted feature tracking.
- KENDOUL, F., LARA, D., FANTONI, I., & LOZANO, R. 2007. Real-time nonlinear embedded control for an autonomous quadrotor helicopter. *Journal of guidance, control, and dynamics*, **30**(4), 1049–1061.
- KENDOUL, FARID, NONAMI, KENZO, FANTONI, ISABELLE, & LOZANO, ROGELIO. 2009a. An adaptive vision-based autopilot for mini flying machines guidance, navigation and control. *Autonomous robots*, **27**(3), 165–188.
- KENDOUL, FARID, FANTONI, ISABELLE, & NONAMI, KENZO. 2009b. Optic flow-based vision system for autonomous 3d localization and control of small aerial vehicles. *Robotics and autonomous systems*, **57**(6-7), 591–602.
- KESSLER, CHRISTOPH, ASCHER, CHRISTIAN, FRIETSCH, NATALIE, WEINMANN, MICHAEL, & TROMMER, GERT F. 2010. Vision-based attitude estimation for indoor navigation using vanishing points and lines. *Page 310–318 of : Position location and navigation symposium (PLANS), 2010 IEEE/ION. IEEE*.
- KITCHEN, LES, & ROSENFELD, AZRIEL. 1982. Gray-level corner detection. *Pattern recogn. lett.*, **1**(2), 95–102.



- LAURENT, GUILLAUME J. 2010. Mise en pratique de lspi pour la commande linéaire quadratique adaptative d'une surface de manipulation à coussin d'air actif. *Pages 12–pages of : 5èmes journées francophones sur la planification, la décision et l'apprentissage pour la conduite de systèmes, jfpda'10.*, vol. 1.
- LUCAS, B.D., & KANADE, T. 1981. An iterative image registration technique with an application to stereo vision. *In : In international joint conference of artificial intelligence.*.
- LUENBERGER, DAVID G. 1964. Observing the state of a linear system. *Military electronics, ieee transactions on*, **8**(2), 74–80.
- LUENBERGER, DAVID G. 1966. Observers for multivariable systems. *Automatic control, ieee transactions on*, **11**(2), 190–197.
- MAHONY, R., HAMEL, T., & J.-M., PFLIMLIN. 2008. Nonlinear complementary filters on the special orthogonal group. *Ieee transactions on automatic control*, **53** , Issue : 5(June), 1203 – 1218.
- MAKADIA, A., & DANIILIDIS, K. 2005. Correspondenceless ego-motion estimation using an imu. *Pages 3534–3539 of : Robotics and automation, 2005. icra 2005. proceedings of the 2005 ieee international conference on*.
- MARKLEY, F.L. 1981. Quaternion attitude estimation using vector observations. *Journal of gui*, **4**(1), 70–77.
- MARTIN, P., & SALAUN, E. 2010. Design and implementation of a low-cost observer-based attitude and heading reference system. *Control engineering practice*, **18**(7), 712–722.
- MARZAT, JULIEN, DUMORTIER, YANN, & DUCROT, ANDRE. 2009. Real-time dense and accurate parallel optical flow using cuda.
- MATAS, JIRI, GALAMBOS, CHARLES, & KITTLER, JOSEF. 2000. Robust detection of lines using the progressive probabilistic hough transform. *Computer vision and image understanding*, **78**(1), 119–137.
- MATVEEV, A, HU, XIAOMING, FREZZA, RUGGERO, & REHBINDER, HENRIK. 2000. Observers for systems with implicit output. *Ieee transactions on automatic control*, **45**(1), 168–173.
- MCCARTHY, CHRIS, & BARNES, NICK. 2004. Performance of optical flow techniques for indoor navigation with a mobile robot.

- MEI, C., & MALIS, E. 2006. Fast central catadioptric line extraction, estimation, tracking and structure from motion. *In : Intelligent robots and systems iros2006*.
- MOKHTARIAN, FARZIN, & SUOMELA, RIKU. 1998. Robust image corner detection through curvature scale space. *Pattern analysis and machine intelligence, iee transactions on*, **20**(12), 1376–1381.
- MORAVEC, HANS P. 1980. *Obstacle avoidance and navigation in the real world by a seeing robot rover*. Tech. rept. DTIC Document.
- MOTA GRAJALES, RAFAEL, NADRI, MADIHA, & HAMMOURI, HASSAN. 2011. Observer design for implicit state affine systems up to output injection. *Pages 697–702 of : World congress*, vol. 18.
- NAVAB, NASSIR, & ZHANG, ZHENGYOU. 1993. Fusion of visual data through dynamic stereo-motion cooperation. *International archives of photogrammetry and remote sensing*, **29**, 932–932.
- NAVAB, NASSIR, DERICHE, RACHID, & FAUGERAS, OLIVIER D. 1990. Recovering 3d motion and structure from stereo and 2d token tracking cooperation. *Pages 513–516 of : Computer vision, 1990. proceedings, third international conference on*. IEEE.
- NEUBERT, PEER, PROTZEL, PETER, VIDAL-CALLEJA, TERESA, & LACROIX, SIMON. 2008. A fast visual line segment tracker. *Pages 353–360 of : Emerging technologies and factory automation, 2008. etfa 2008. iee international conference on*. IEEE.
- PALOMARES, JEAN-LOUIS. 2012. *Une nouvelle methode d'appariement de points d'interet pour la mise en correspondance d'images*. Ph.D. thesis, Université Montpellier II-Sciences et Techniques du Languedoc.
- REHBINDER, HENRIK., & GHOSH, BIJOY K. 2003. Pose estimation using line-based dynamic vision and inertial sensors. *Iee transactions on automatic control*, **48**, 186–199.
- ROBERTS, A., & TAYEBI, ABDELHAMID. 2012. A new position control strategy for vtol uavs using imu and gps measurements. *arxiv :1106.0016v2 [math.oc]*.
- RODRIGUES, SÉRGIO S, CRASTA, NAVEENA, AGUIAR, ANTÓNIO PEDRO, & LEITE, FÁTIMA SILVA. 2010. State estimation for systems on se (3) with implicit outputs : An application to visual servoing. *In : Proceedings of nolcos*.

- ROSTEN, EDWARD, & DRUMMOND, TOM. 2005 (Oct). Fusing points and lines for high performance tracking. *Pages 1508–1515 Vol. 2 of : Computer vision, 2005. iccv 2005. tenth ieee international conference on*, vol. 2.
- ROSTEN, EDWARD, & DRUMMOND, TOM. 2006. Machine learning for high-speed corner detection. *Pages 430–443 of : Computer vision–eccv 2006*. Springer.
- SEBA, A., EL HADRI, A., BENZIANE, L., & BENALLEGUE, A. 2014. Multiplicative extended kalman filter based on visual data for attitude estimation. *Icra14 workshop on modelling, estimation, perception and control of all terrain mobile robots, hong-kong, china*.
- SHI, JIANBO, & TOMASI, CARLO. 1994. Good features to track. *Pages 593–600 of : Computer vision and pattern recognition, 1994. proceedings cvpr'94., 1994 ieee computer society conference on*. IEEE.
- SHUSTER, M., M. D., & OH, S. D. 1981. Three-axis attitude determination from vector observations. *Journal of guidance and control*, **4**, 70–77.
- SHUSTER, M.D. 1978. Approximate algorithms for fast optimal attitude computation. Palo Alto, Calif. : AIAA Guidance and control conference.
- SHUSTER, M.D. 1989. Maximum likelihood estimation of spacecraft attitude. *Jounral of austronautical sciences*, **37**(1), 79–88.
- SMITH, STEPHEN. 1992. A new class of corner finder. *Pages 139–148 of : Bmvc92*. Springer.
- SUNDARARAJAN, KALAIVANI. 2011. *Unified point-edgelet feature tracking*. Ph.D. thesis, Clemson University.
- TAYEBI, A., ROBERTS, A., & BENALLEGUE, A. 2011 (June 29 - July 01). Inertial measurements based dynamic attitude estimation and velocity-free attitude stabilization. *Pages 1027–1032 of : American control conference on o'farrell street, san francisco, ca, usa*.
- TISSAINAYAGAM, PRITHIRAJ, & SUTER, DAVID. 2004. Assessing the performance of corner detectors for point feature tracking applications. *Image and vision computing*, **22**(8), 663–679.
- TOMASI, CARLO, & KANADE, TAKEO. 1991. *Detection and tracking of point features*. School of Computer Science, Carnegie Mellon Univ. Pittsburgh.
- TOSCANI, GIORGIO, DERICHE, RACHID, & FAUGERAS, OLIVIER D. 1988. 3d motion estimation using a token tracker. *Pages 257–261 of : Mva*.

- TUYTELAARS, TINNE, & MIKOLAJCZYK, KRYSZTOF. 2008. Local invariant feature detectors : a survey. *Foundations and trends® in computer graphics and vision*, **3**(3), 177–280.
- VIEVILLE, THIERRY. 1990. Estimation of 3d-motion and structure from tracking 2d-lines in a sequence of images. *Page 281–291 of : Computer vision—ECCV 90*. Springer.
- VON GIOI, RAFAEL GROMPONE, JAKUBOWICZ, JÉRÉMIE, MOREL, JEAN-MICHEL, & RANDALL, GREGORY. 2010a. Lsd : a line segment detector.
- VON GIOI, RAFAEL GROMPONE, JAKUBOWICZ, JÉRÉMIE, MOREL, JEAN-MICHEL, & RANDALL, GREGORY. 2010b. Lsd : a line segment detector.
- WAHBA, G. 1966. A least squares estimate of satellite attitude. *Siam review*, **8**(3), 384–386.
- WU, YUANXIN, HU, DEWEN, WU, MEIPING, HU, XIAOPING, & WU, TAO. 2006. Observability analysis of rotation estimation by fusing inertial and line-based visual information : A revisit. *Automatica*, **42**(10), 1809–1812.